

## Задача 9-1

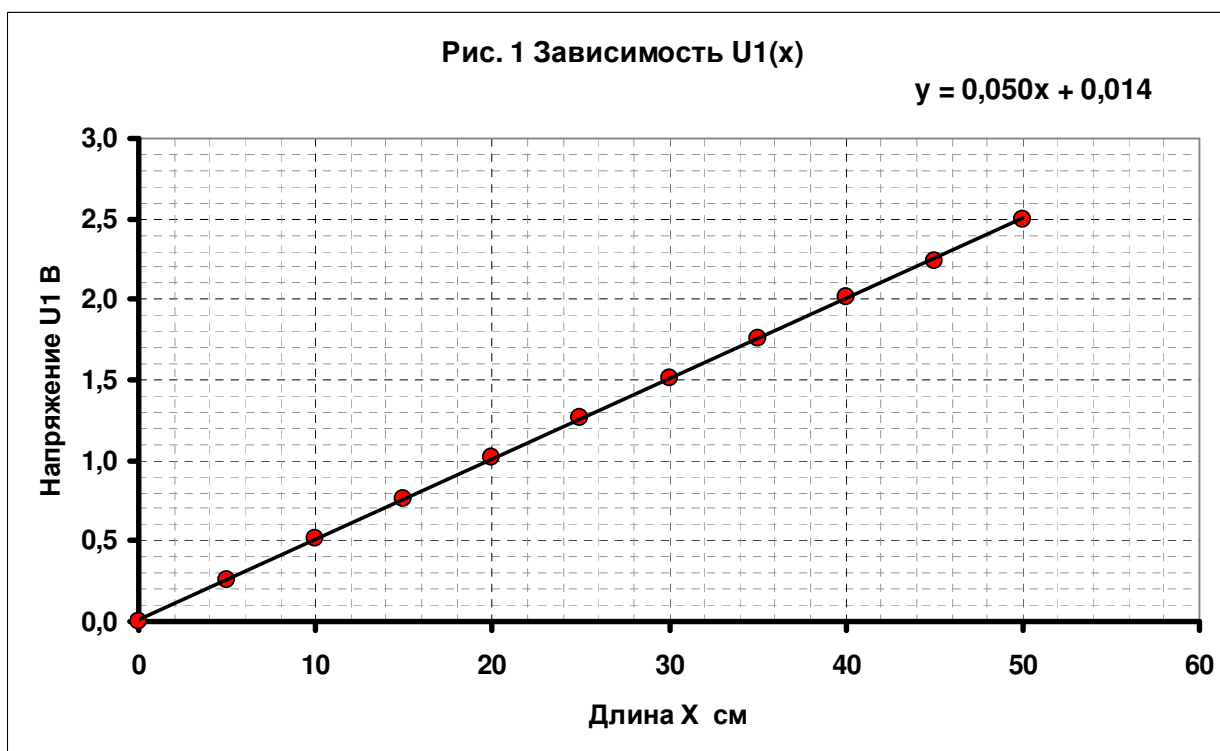
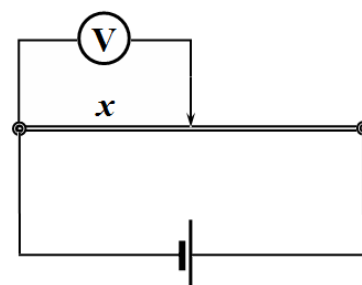
Результаты всех необходимых измерений сведены в Таблицу 1. Обозначения соответствуют приведенным в условии задачи. Исходное напряжение холостого хода на батарее лежит в пределах 3,5-4,8 В

Таблица 1.

$x, \text{ см}$	$U_1, \text{ В}$	$I_2, \text{ А}$	$1/I_2, \text{ А}^{-1}$	$U_2, \text{ В}$
5	0,26	0,92	1,087	0,60
10	0,52	0,79	1,266	1,03
15	0,76	0,71	1,408	1,32
20	1,02	0,65	1,538	1,57
25	1,26	0,59	1,695	1,81
30	1,51	0,54	1,852	1,98
35	1,76	0,50	2,000	2,13
40	2,01	0,47	2,128	2,25
45	2,24	0,44	2,273	2,36
50	2,50	0,41	2,439	2,46

## Часть 1. Как напряжение зависит от длины проволоки.

1.1 График зависимости зависимости на участке проволоки  $U_1(x)$  от его длины  $l$  показан на рис. 1

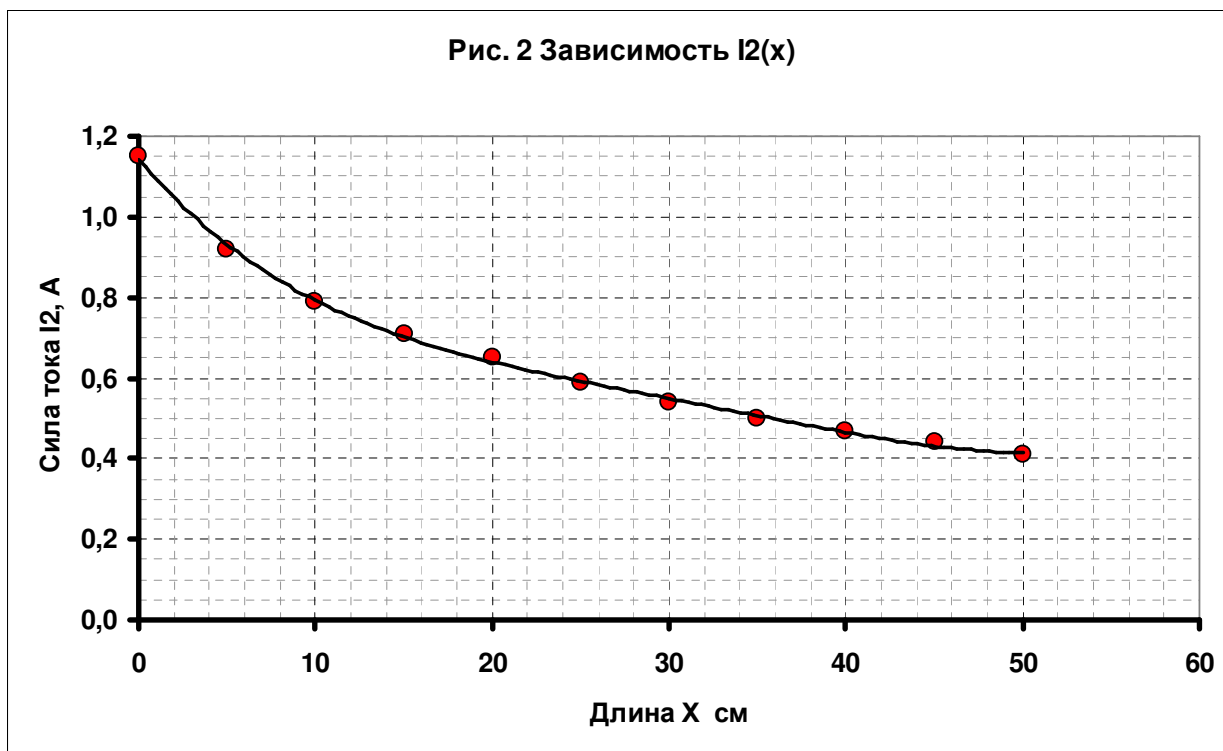
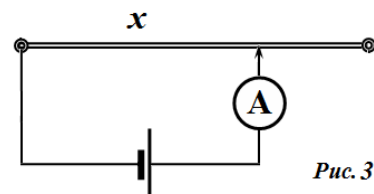


1.2 Вывод однозначный – напряжение прямо пропорционально длине проволоки  $U = al$ , значение параметра  $a = 0,050 \text{ В} / \text{ см}$ .

## Часть 2. Как зависит сила тока от длины проволоки.

2.1 Соберите цепь, показанную на рис. 3.

График зависимости силы тока  $I_2(x)$  в этой цепи от длины подключенного участка проволоки  $x$  показан на рис. 2 (от участников не требуется)



2. Для проверки предложенной формулы следует построить зависимость величины, обратной силе тока от длины участка  $\frac{1}{I_2}(x)$ . Ее график приведен на рис. 3

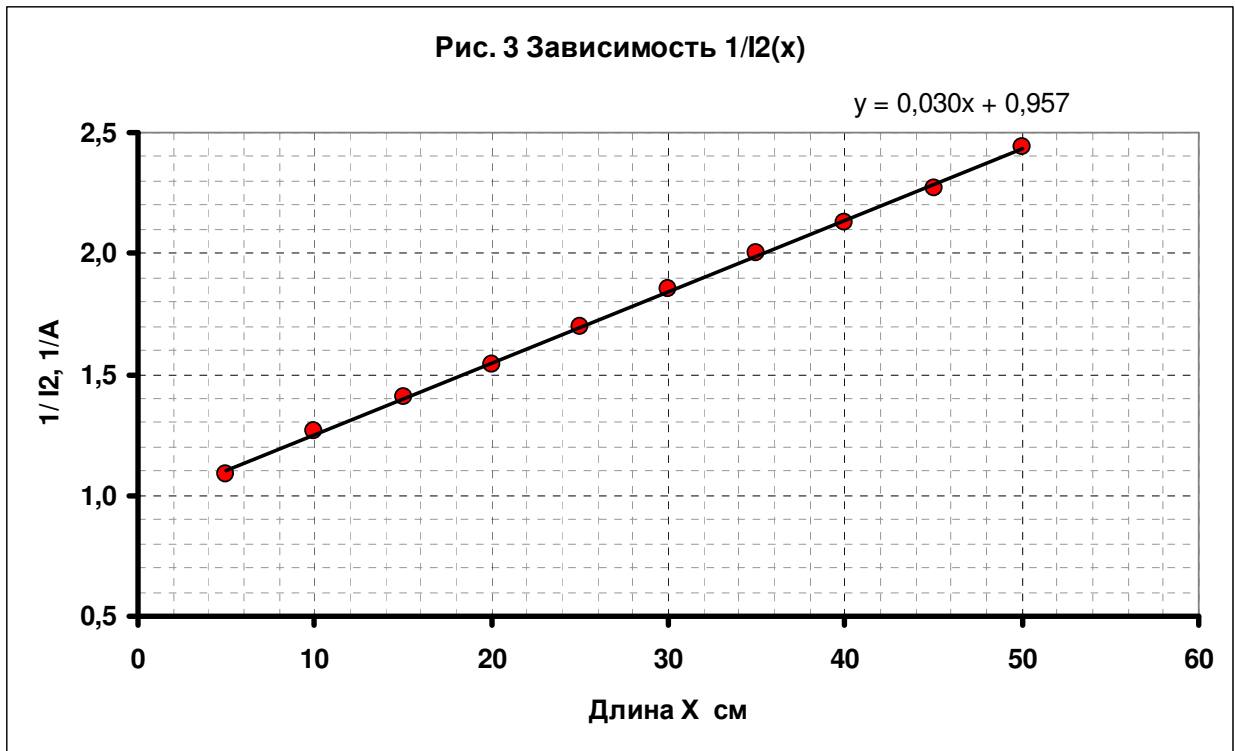
Из вида приведенной функции следует, что обратная величина линейно зависит от длины участка

$$I_2 = \frac{a_2}{b_2 + x} \Rightarrow \frac{1}{I_2} = \frac{1}{a_2}x + \frac{b_2}{a_2}, \quad (1)$$

Построенный график подтверждает предложенную зависимость. Ее параметры могут быть найдены из уравнения построенной прямой:

$$\begin{aligned} \frac{1}{a_2} = 0,030 &\Rightarrow a_2 = 33,3 \text{ А} \cdot \text{см} \\ \frac{b_2}{a_2} = 0,96 &\Rightarrow b_2 = 0,96 \cdot a_2 = 32 \text{ см} \end{aligned} \quad (2)$$

Отметим, что параметр  $b_2$  имеет смысл внутреннего сопротивления источника и подводящих к нему проводов, измеренный в сантиметрах.



**Часть 3. Как сила тока зависит от напряжения.**

3.1 График зависимости напряжения от длины  $x$  участка проволоки показан на рис. 4 (от участников не требуется)

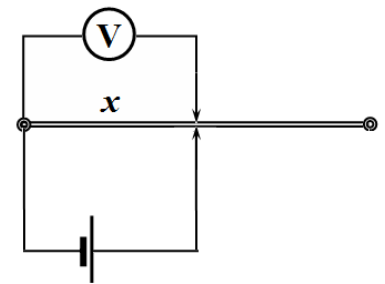
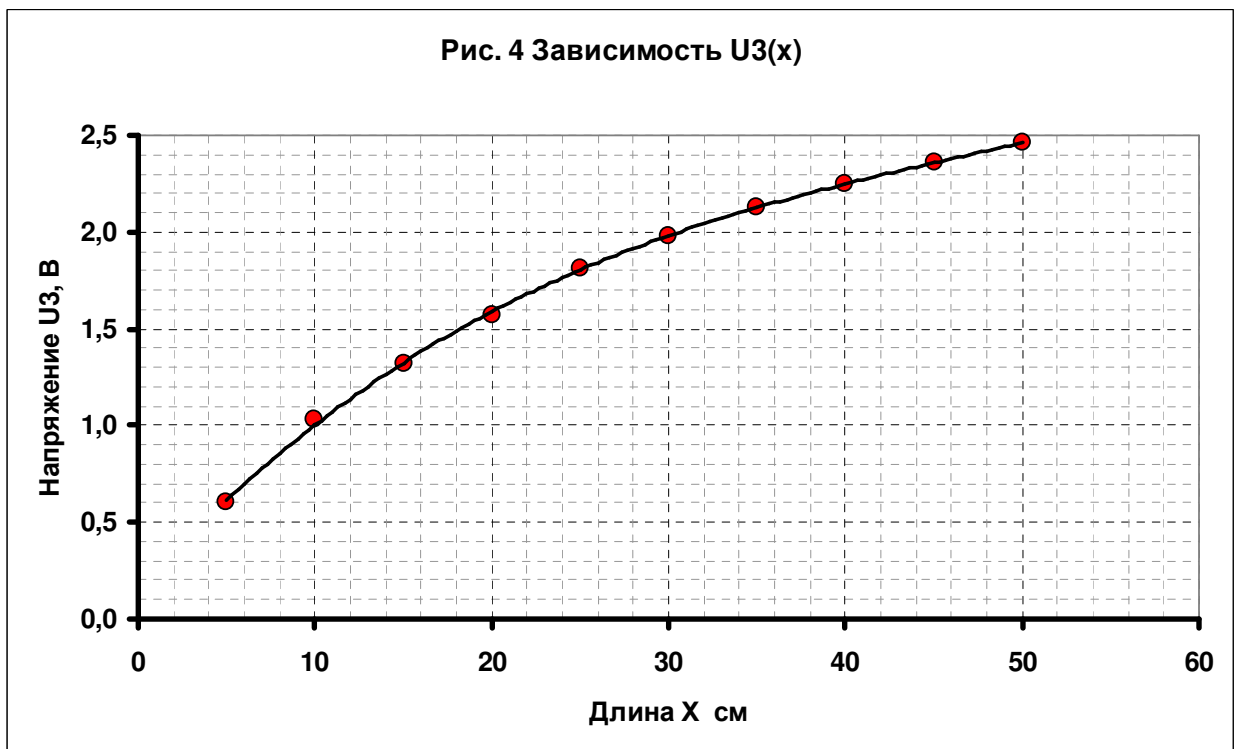
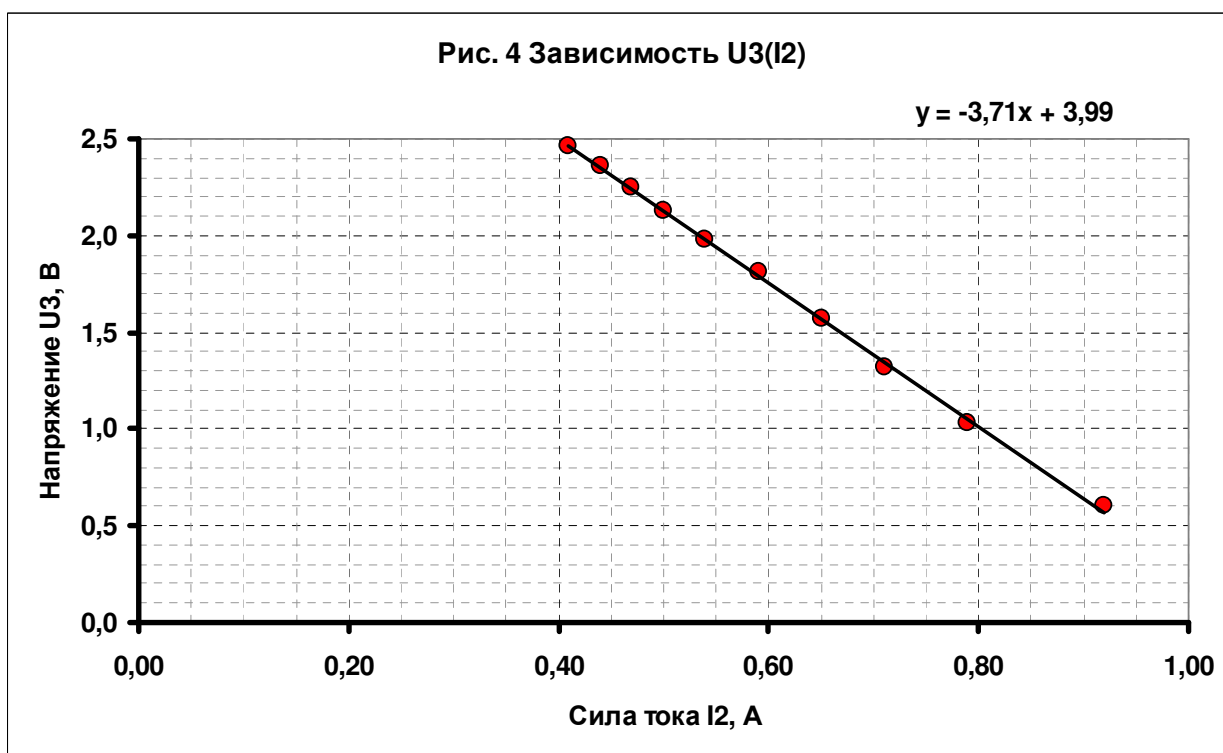


Рис.4



Если измерения силы тока и напряжения проведены при одинаковых значениях длин, то построение графика зависимости напряжения от силы тока не представляет труда (рис.5)



Получена линейная убывающая зависимость, которая может быть описана формулой

$$U = U_0 - Ir \quad (3)$$

Численные значения параметров  $U_0 = 3,7B$ ,  $r = 4,0 \frac{B}{A}$ .

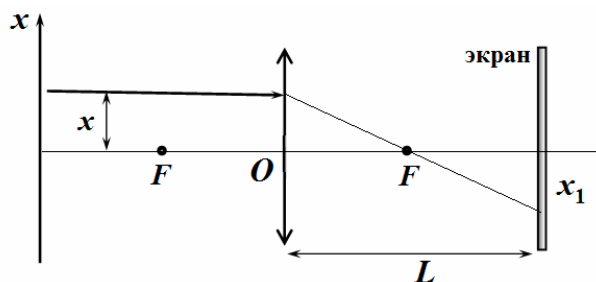
## Задача 9-2.

### Часть 1. Прохождение света через «линзу».

#### 1.1. Теоретическая задача.

На рисунке показан ход луча после преломления в тонкой линзе. Из подобия треугольников следует соотношение между координатой точки падения луча и координатой луча на экране

$$-\frac{x_1}{L-F} = \frac{x}{F} \quad (1)$$



Из этого отношения следует искомая зависимость

$$x_1 = -\frac{L-F}{F} x \quad (2)$$

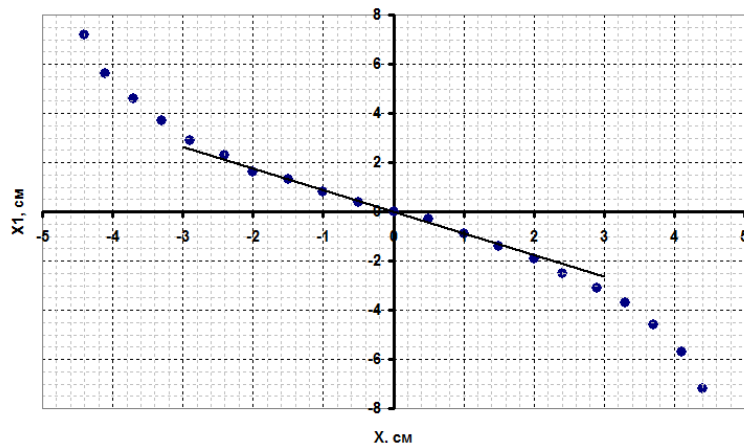
#### 1.2 Измерения.

Результаты измерений зависимости координаты светового пятна на экране  $x_1$  от координаты точки падения луча на «линзу» приведены в Таблице 1. На рис. 1 показан график полученной зависимости. Измерения проведены при  $L = 13,5 \text{ см}$ .

Таблица 1.

$X, \text{ см}$	$X_1, \text{ см}$	$X, \text{ см}$	$X_1, \text{ см}$
0	0	0	0
0,5	-0,3	-0,5	0,4
1	-0,9	-1	0,8
1,5	-1,4	-1,5	1,3
2	-1,9	-2	1,6
2,4	-2,5	-2,4	2,3
2,9	-3,1	-2,9	2,9
3,3	-3,7	-3,3	3,7
3,7	-4,6	-3,7	4,6
4,1	-5,7	-4,1	5,6
4,4	-7,2	-4,4	7,2

Зависимость координаты пятна  $X_1$  от координаты луча  $X$   
Рис. 1



Полученная зависимость не является линейной, как предсказывает формула (2). Однако в диапазоне  $x = \pm 2 \text{ см}$  ее можно считать линейной. По графику находим коэффициент наклона  $k \approx -0,87$  этой прямой. Из формулы (2) следует, что

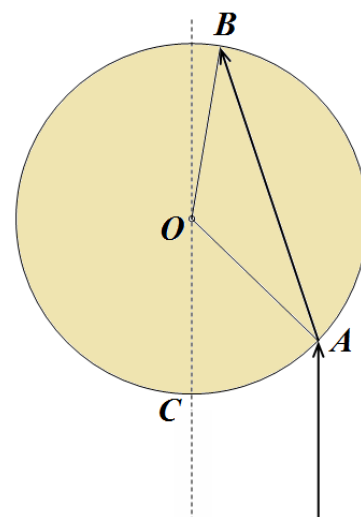
$$|k| = \frac{L-F}{F} \Rightarrow F = \frac{L}{|k|+1} \approx 7,2 \text{ см} \quad (3)$$

## Часть 2. Закон преломления света.

2.1 Очевидно, что углом падения является угол  $\alpha = \angle COA = \varphi$ , а углом преломления  $\angle OAB$ .

Так как треугольник  $OAB$  является равнобедренным, то угол преломления может быть рассчитан по формуле

$$\beta = \frac{180^\circ - (\gamma - \alpha)}{2} \quad (3)$$



### 2.2

Результаты измерений зависимости угла выхода луча  $\gamma = \angle COB$  от угла падения  $\alpha = \angle COA$  представлены в таблице 2, там же приведены значения рассчитанных по формуле (3) углов преломления  $\beta$ . На рис. 2 показан график зависимости угла преломления  $\beta$  от угла падения  $\alpha$ .

Таблица 2.

$\alpha^\circ$	$\gamma^\circ$	$\beta^\circ$
0	180	0
5	180	2,5
10	175	7,5
15	177	9
20	173	13,5
25	168	18,5
30	165	22,5
35	160	27,5
40	163	28,5
45	163	31
50	165	32,5
55	160	37,5
60	158	41
65	150	47,5
70	155	47,5



2.3 Видно, что прямо пропорциональная зависимость между указанными углами наблюдается до углов меньших  $30^\circ$ . Рассчитанный в этом диапазоне (по углу наклона графика) показатель преломления воды оказывается равным  $n = 1,34$ .

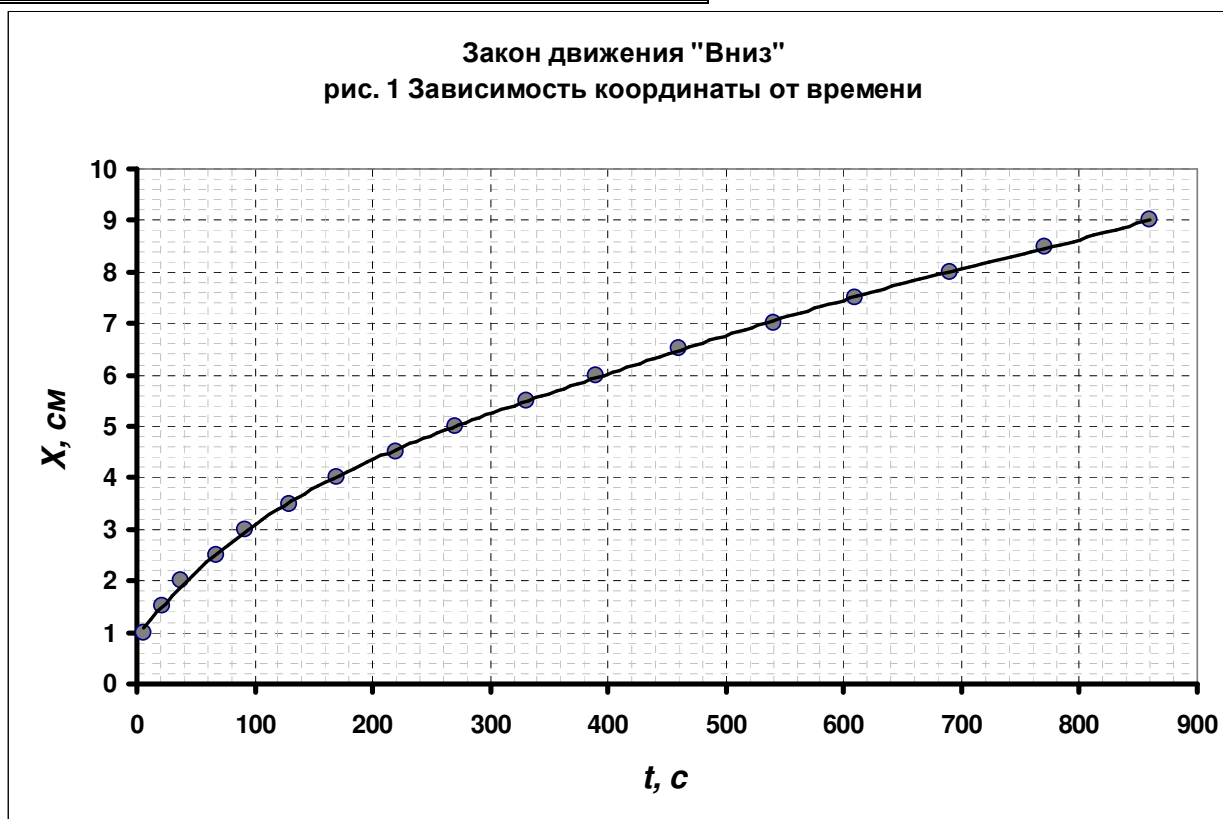
## Задача 10-1 Хроматография

### Часть 1. Движение вниз!

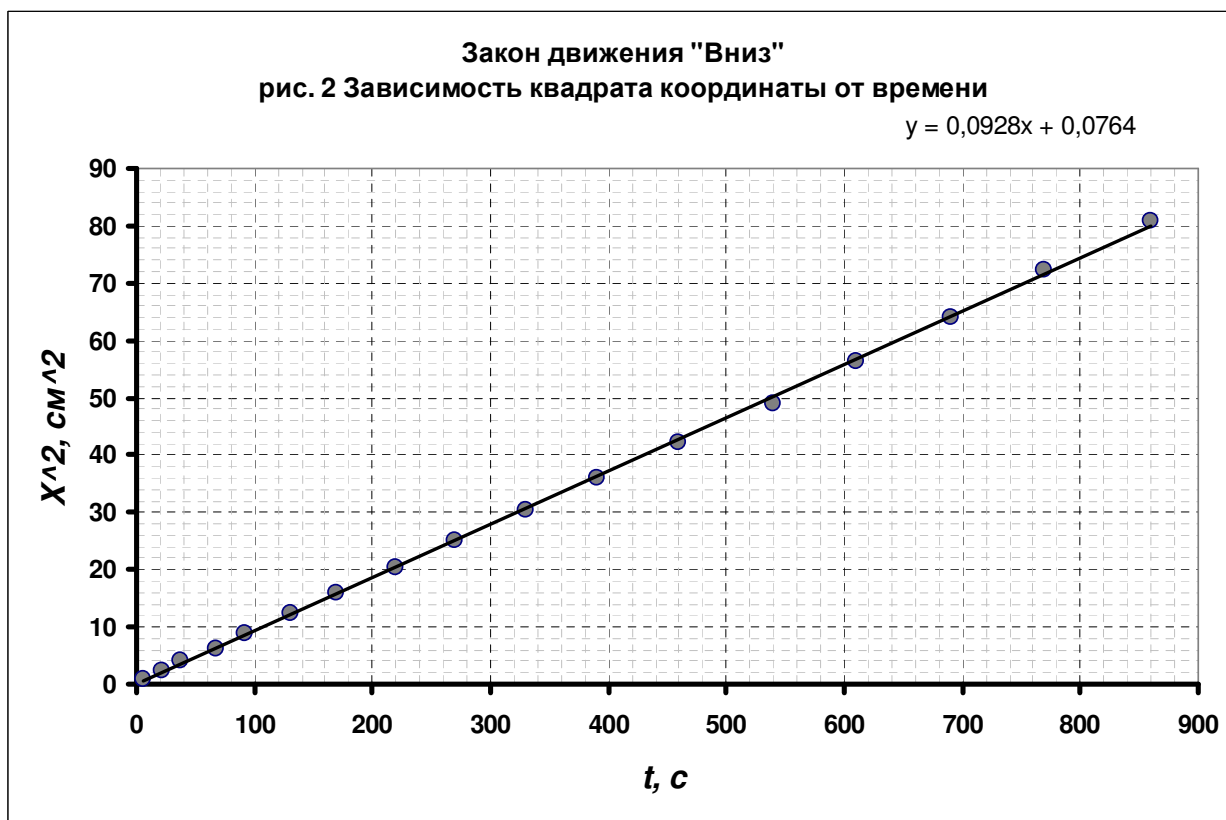
1.1 Результаты измерений данной зависимости приведены в таблице 1 и на графике 1.

Таблица 1 «Движение вниз»

$X_1, \text{см}$	$t, \text{с}$	$X^2, \text{см}^2$	$V \text{ см/с}$	$1/X, \text{см}^{-1}$
1,0	6	1,00		
1,5	21	2,25	0,0313	0,667
2,0	38	4,00	0,0217	0,500
2,5	67	6,25	0,0185	0,400
3,0	92	9,00	0,0159	0,333
3,5	130	12,25	0,0128	0,286
4,0	170	16,00	0,0111	0,250
4,5	220	20,25	0,0100	0,222
5,0	270	25,00	0,0091	0,200
5,5	330	30,25	0,0083	0,182
6,0	390	36,00	0,0077	0,167
6,5	460	42,25	0,0067	0,154
7,0	540	49,00	0,0067	0,143
7,5	610	56,25	0,0067	0,133
8,0	690	64,00	0,0063	0,125
8,5	770	72,25	0,0059	0,118
9,0	860	81,00		



1.2 Для проверки предложенного закона движения следует построить график зависимости квадрата смещения от времени (рис. 2)



Данный график является прямой линией, проходящей через начало координат, что подтверждает применимость предложенного закона. Коэффициент пропорциональности в формуле (1) равен коэффициенту наклона построенного графика. Его численное значение

$$b = 0,093 \frac{\text{см}^2}{\text{с}} \quad (1)$$

1.3 Для расчета зависимости скорости от координаты можно воспользоваться

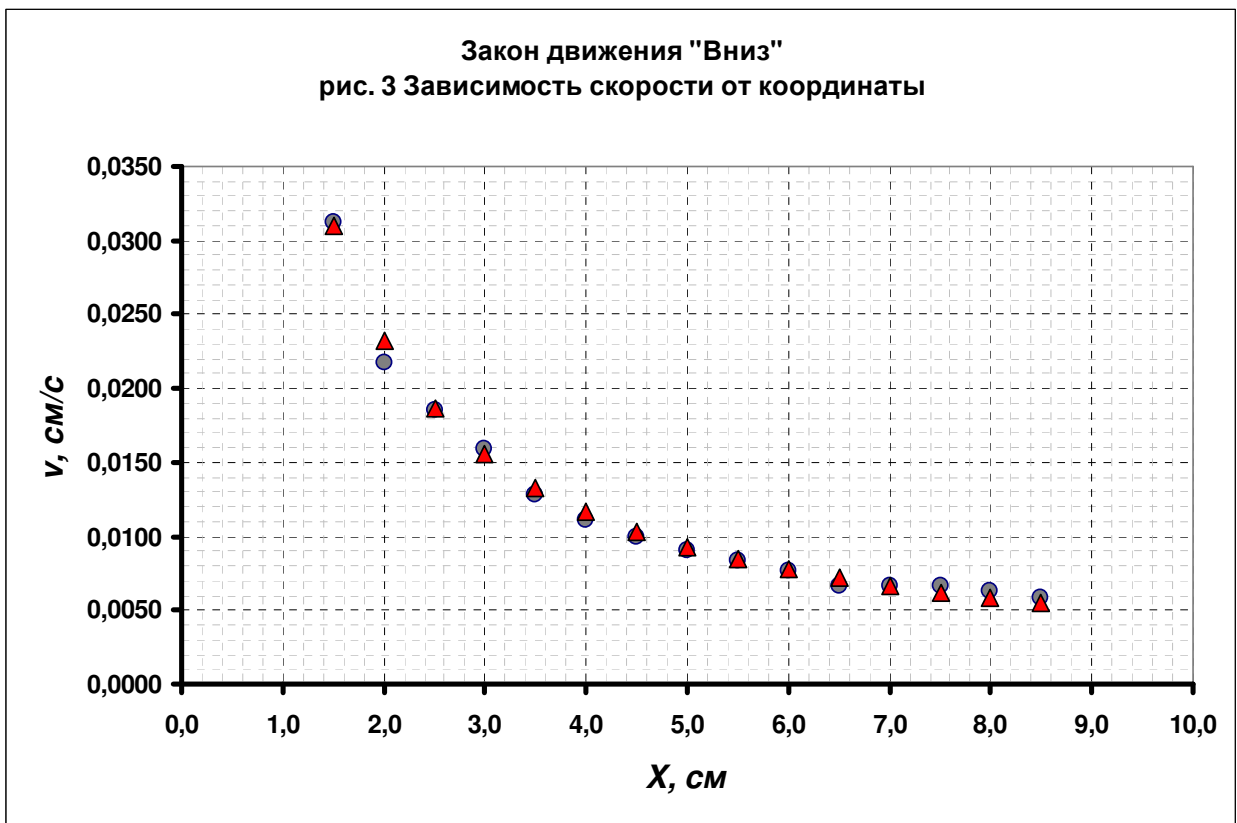
$$\Delta(x^2) = b\Delta t$$

$$2x\Delta x = b\Delta t \Rightarrow v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{b}{2x} \quad (2)$$

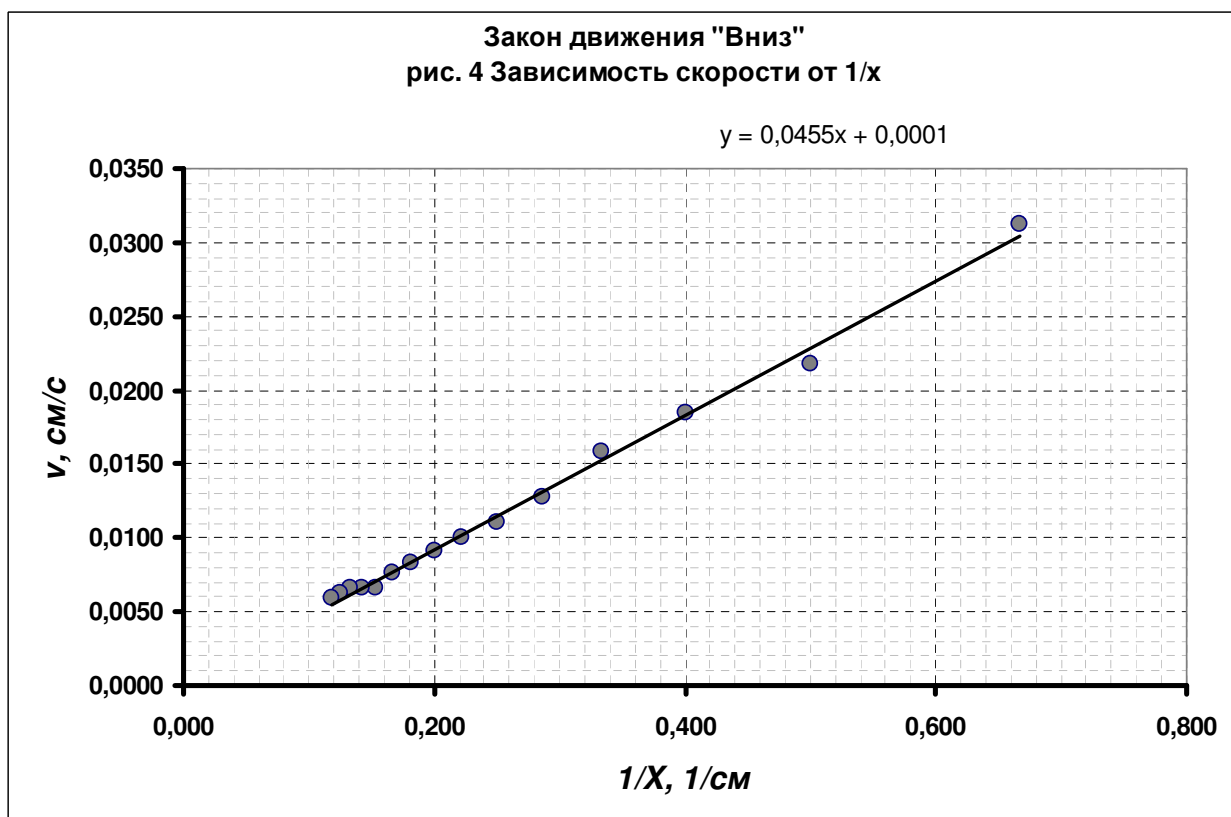
Т.е. Скорость движения границы обратно пропорциональна координате.

На рис. 3 построен график зависимости скорости от координаты (расчеты проведены по симметричной схеме и приведены в Таблице 1). Треугольниками отмечены теоретические значения, рассчитанные по формуле (2) с численным значением коэффициента (1) – видно хорошее согласие между теоретической и экспериментальной зависимостями.





Эту же зависимость можно проверить и с помощью графика зависимости  $v(1/x)$  - рис. 4, который является примерно линейный с коэффициентом наклона, равным  $b/2$ .



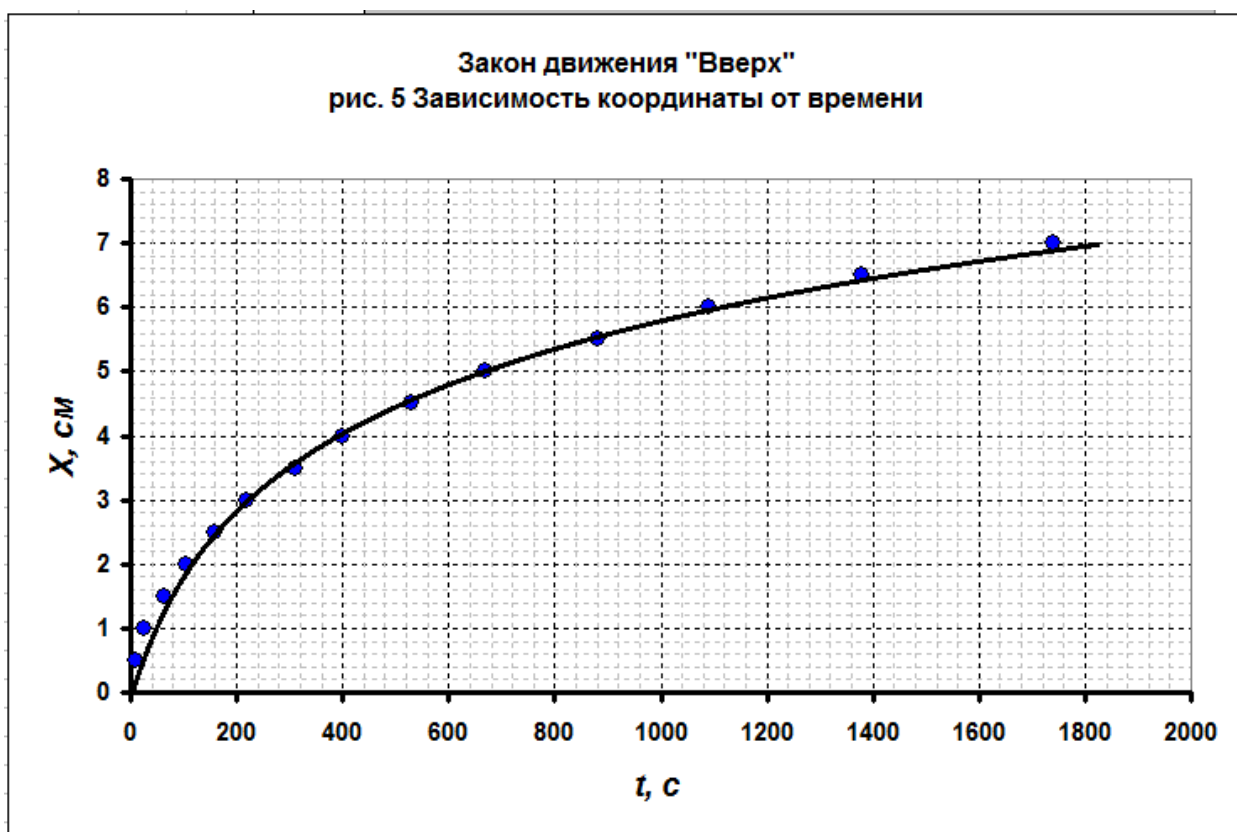
## Часть 2. Движение вверх!

2.1 Результаты измерений и необходимых расчетов приведены в Таблице 2.

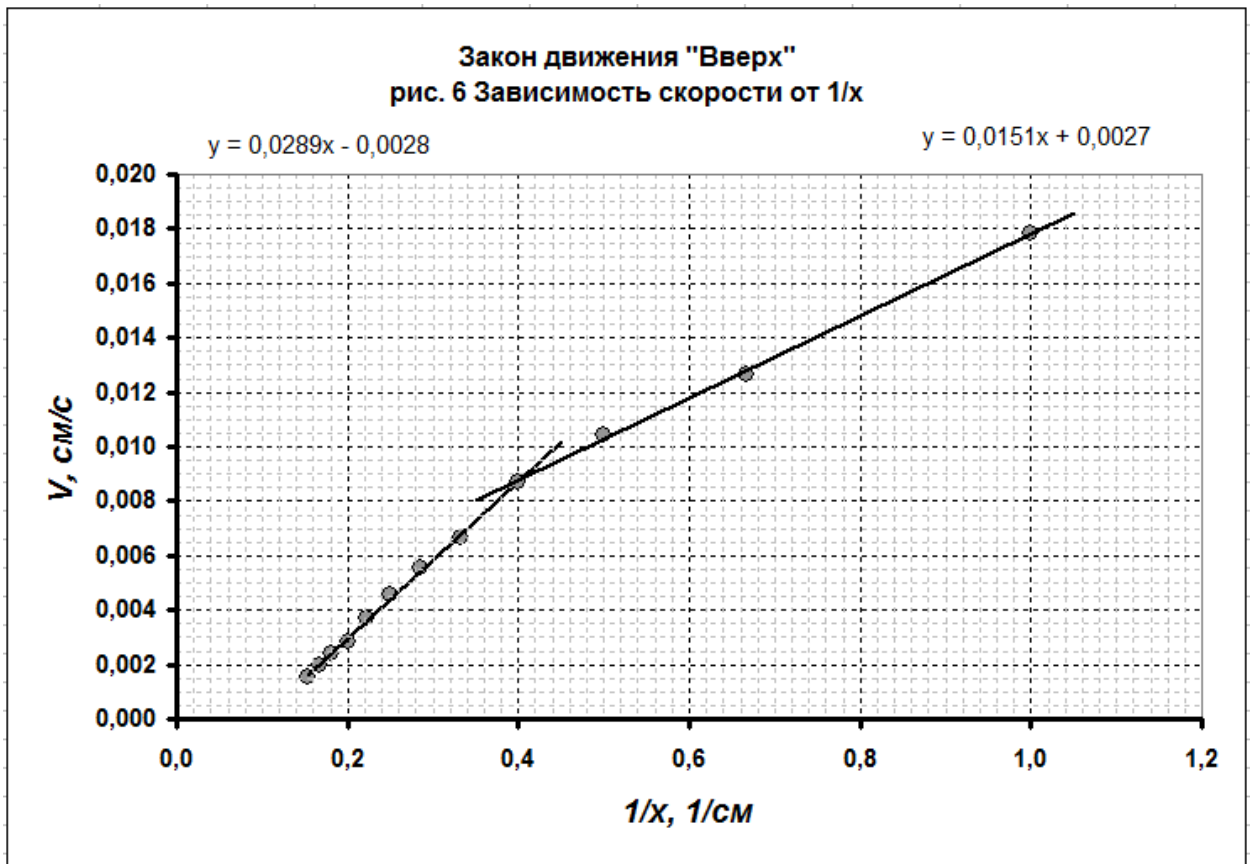
Таблица 2. Движение «вверх»

$X_1, \text{см}$	$t, \text{с}$	$1/X, \text{см}^{-1}$	$V \text{ см/с}$
0,5	8	2,000	
1,0	26	1,000	0,0179
1,5	64	0,667	0,0127
2,0	105	0,500	0,0104
2,5	160	0,400	0,0087
3,0	220	0,333	0,0067
3,5	310	0,286	0,0056
4,0	400	0,250	0,0045
4,5	530	0,222	0,0037
5,0	670	0,200	0,0029
5,5	880	0,182	0,0024
6,0	1090	0,167	0,0020
6,5	1380	0,154	0,0015
7,0	1740	0,143	

График зависимости координаты от времени качественно напоминает аналогичный график для движения «вниз» (рис. 5).



Однако, зависимость скорости от  $1/x$  не является линейной, на наблюдается явный излом, говорящий о различных механизмах намкания (Рис.7), поэтому найденная зависимость (2) в данном случае не выполняется.

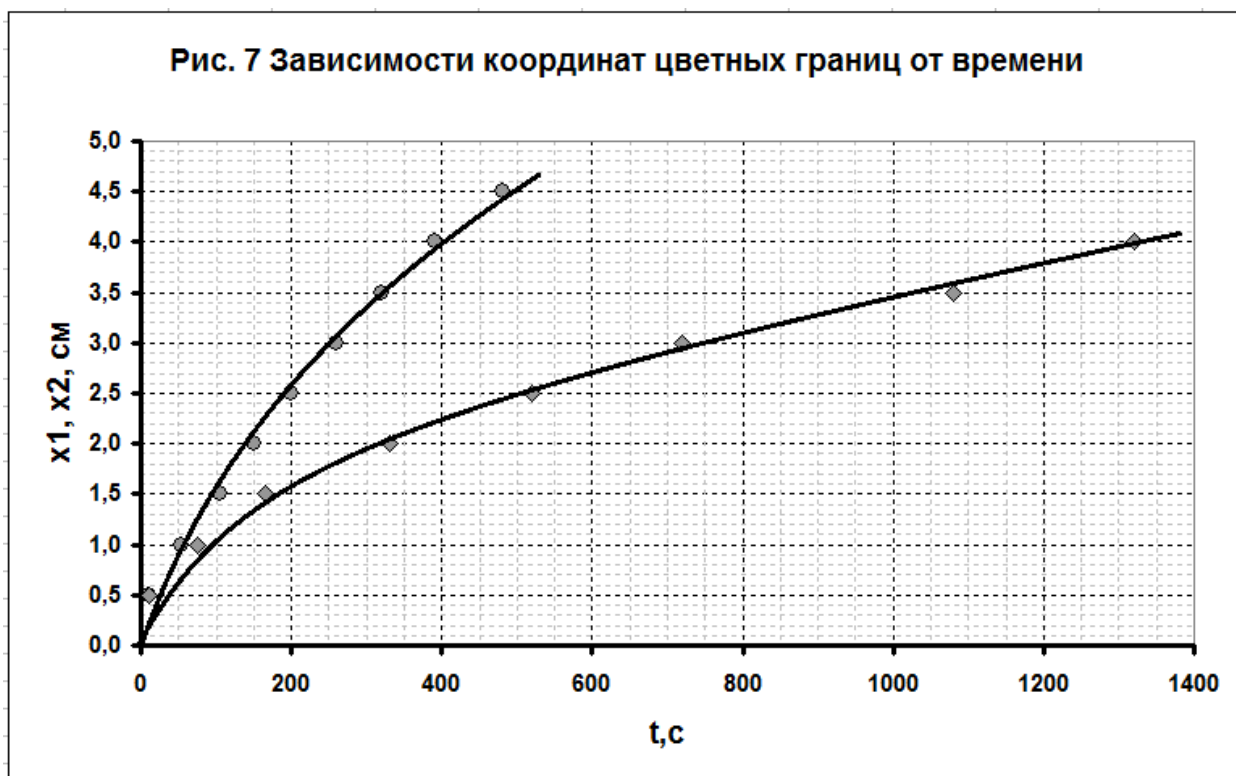


### Часть 3. Кто быстрее!

Результаты измерений зависимости координат цветных границ от времени приведены в таблице 3. Графики этих зависимостей показаны на рис. 7

Таблица 3. Цветные границы.

X, см	T <sub>1</sub> , с	T <sub>2</sub> , с
0,5	11	11
1,0	54	75
1,5	105	165
2,0	150	330
2,5	200	520
3,0	260	720
3,5	320	1080
4,0	390	1320
4,5	480	



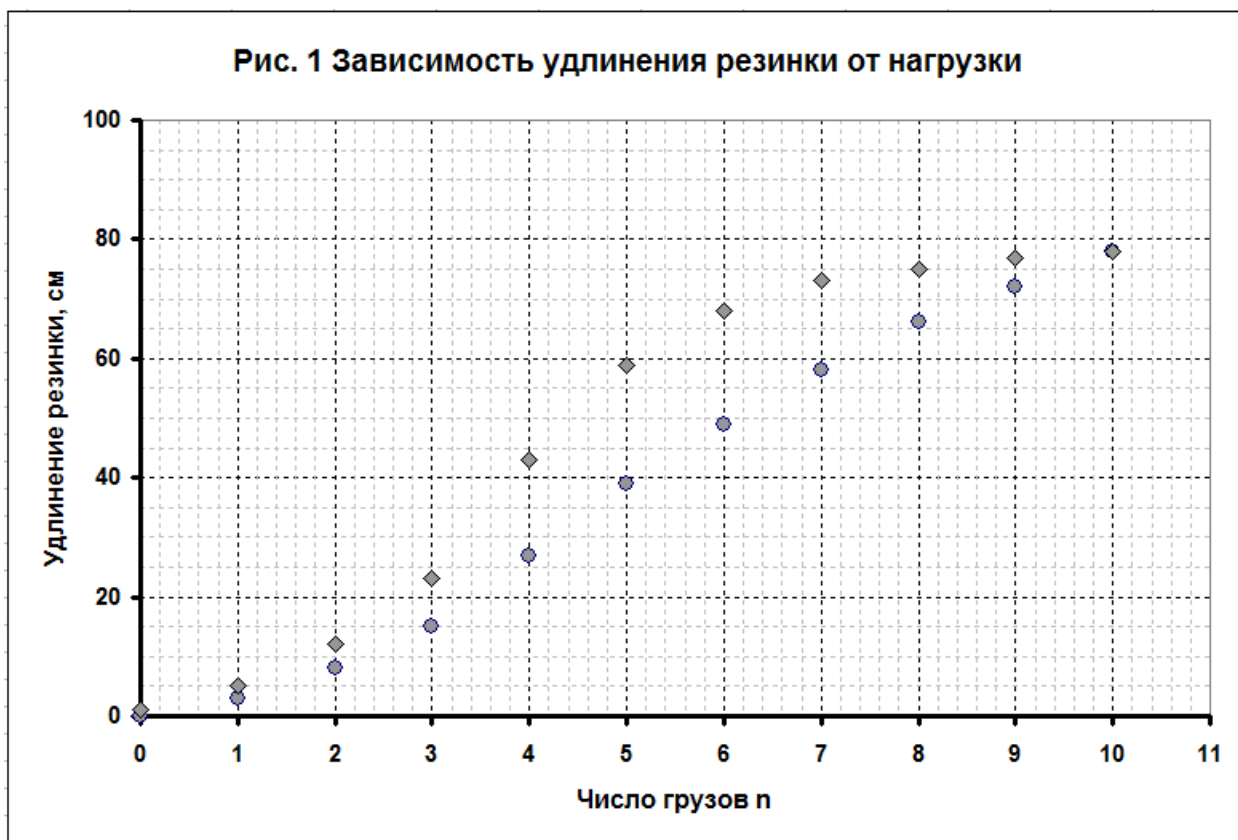
3.2 Если бы скорости движения границ были пропорциональны друг другу в любой момент времени, то и координаты границ также бы оказались пропорциональны. Однако такой зависимости не наблюдается, поэтому нельзя считать, что скорости границ пропорциональны.

## Задача 10-2 Тянем резину

**1.1** Результаты измерений зависимости удлинения резинки от числа подвешенных грузов при нагрузке и разгрузке приведены в таблице 1. На рис. 1 приведен график полученной зависимости.

**Таблица 1.** Удлинение одинарной резинки.

$n$	<i>Нагрузка</i>		<i>Разгрузка</i>	
	$l, \text{ см}$	$dl, \text{ см}$	$l, \text{ см}$	$dl, \text{ см}$
0	22	0	23	1
1	25	3	27	5
2	30	8	34	12
3	37	15	45	23
4	49	27	65	43
5	61	39	81	59
6	71	49	90	68
7	80	58	95	73
8	88	66	97	75
9	94	72	99	77
10	100	78	100	78



Заметные различия в двух кривых объясняются остаточными деформациями резины.

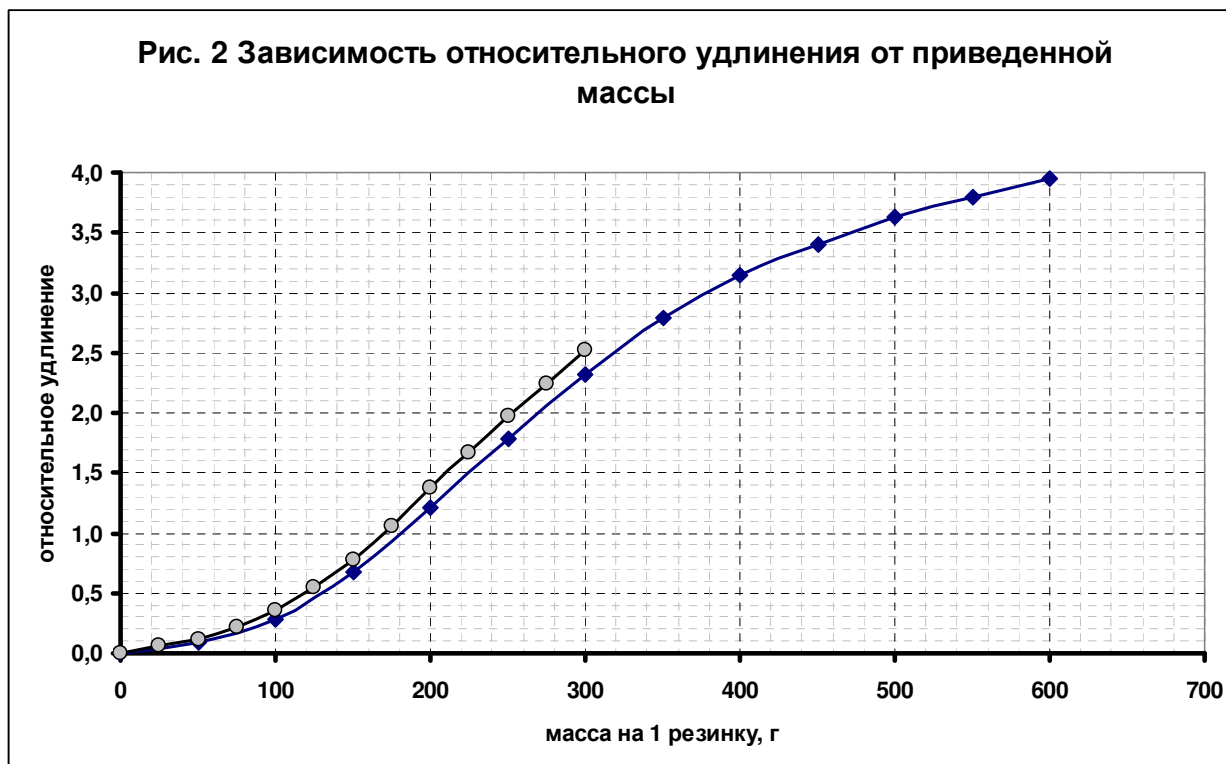
1.2 В качестве независимых от геометрических размеров параметров можно выбрать<sup>1</sup> относительное удлинение  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$  и массу, приходящуюся на одну резинку  $\mu = \frac{m}{j}$ . В

Таблице 2 приведены результаты измерений удлинения одинарной и двойной резинок, их относительные удлинения, отношение массы подвешенных грузов к числу резинок.

**Таблица 2. Сравнение одинарной и двойной резинок.**

<i>Одинарная резинка</i>				<i>Двойная резинка</i>			
$\mu = \frac{m}{1}, \text{г}$	$l, \text{см}$	$\Delta l, \text{см}$	$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$	$\mu = \frac{m}{2}, \text{г}$	$l, \text{см}$	$\Delta l, \text{см}$	$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$
0	31,5	0	0,000	0	15,00	0,00	0,000
50	34,5	3	0,095	25	16,00	1,00	0,067
100	40,3	8,8	0,279	50	16,80	1,80	0,120
150	52,7	21,2	0,673	75	18,30	3,30	0,220
200	69,8	38,3	1,216	100	20,40	5,40	0,360
250	87,8	56,3	1,787	125	23,20	8,20	0,547
300	104,7	73,2	2,324	150	26,70	11,70	0,780
350	119,2	87,7	2,784	175	30,90	15,90	1,060
400	130,5	99	3,143	200	35,70	20,70	1,380
450	138,8	107,3	3,406	225	40,00	25,00	1,667
500	146	114,5	3,635	250	44,60	29,60	1,973
550	151	119,5	3,794	275	48,70	33,70	2,247
600	155,9	124,4	3,949	300	52,90	37,90	2,527

На рис. 2 приведены графики полученных зависимостей – они практически совпадают.



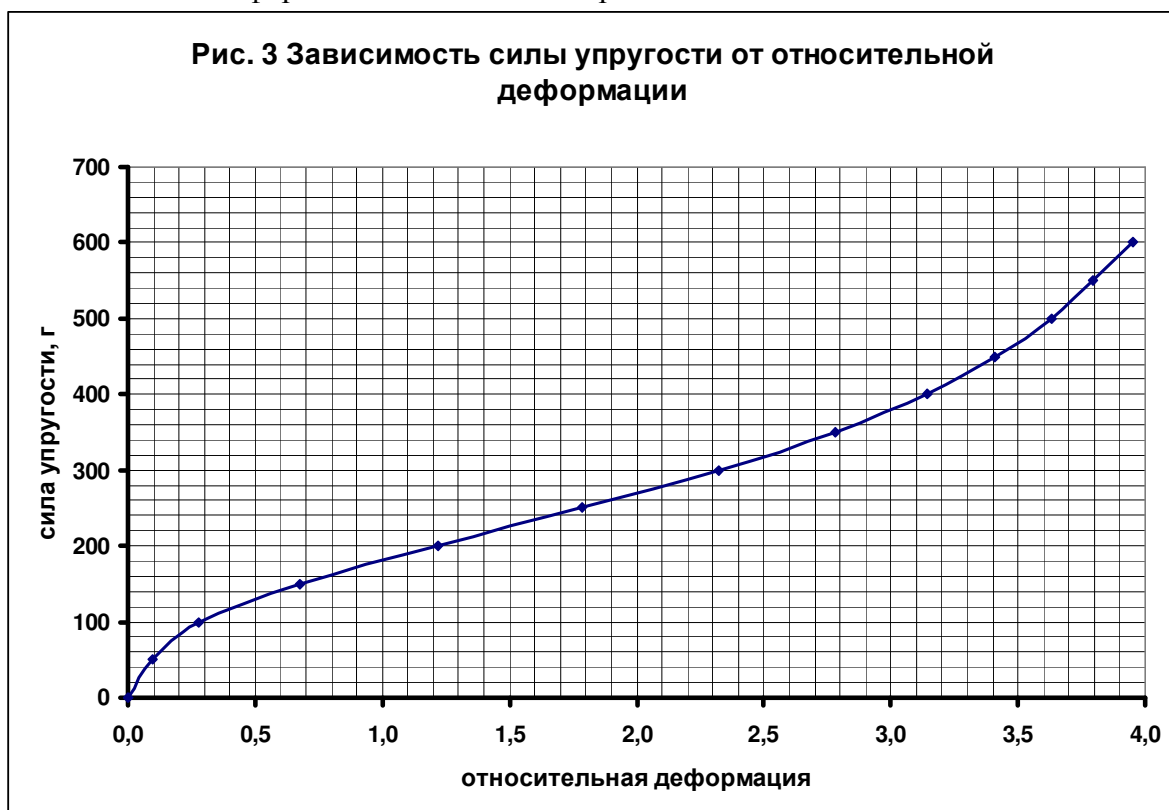
<sup>1</sup> Традиционно при описании упругих свойств рассматривают зависимость относительной деформации от механического напряжения. Однако в данном случае площадь поперечного сечения, во-первых, изменяется, во-вторых, не известна. Помимо использованной здесь величины можно рассматривать как равноценные: силы тяжести, деленная на число резинок, число грузов, деленное на число резинок.

1.4 -1.5 Для расчета теоретической зависимости удлинения от приложенной силы проще рассчитать обратную зависимость: суммарной силы упругости от деформации.

Пусть длина меньшей части резинки равна  $l_1$  (в наших измерениях 12 см), а длина большей  $l_2$  (в наших измерениях 18 см). Пусть удлинение сдвоенной резинки равно  $\Delta l$ . Очевидно, что оно совпадает с удлинением меньшей части резинки  $\Delta l_1 = \Delta l$ . Удлинение большей части рассчитывается по формуле

$$\Delta l_2 = \Delta l - (l_2 - l_1) \quad (1)$$

Если в расчетах по этой формуле получается отрицательная величина, то ее следует положить равной нулю (т.к. резинка еще не деформирована). Далее следует рассчитать относительные деформации каждой частей резинок.



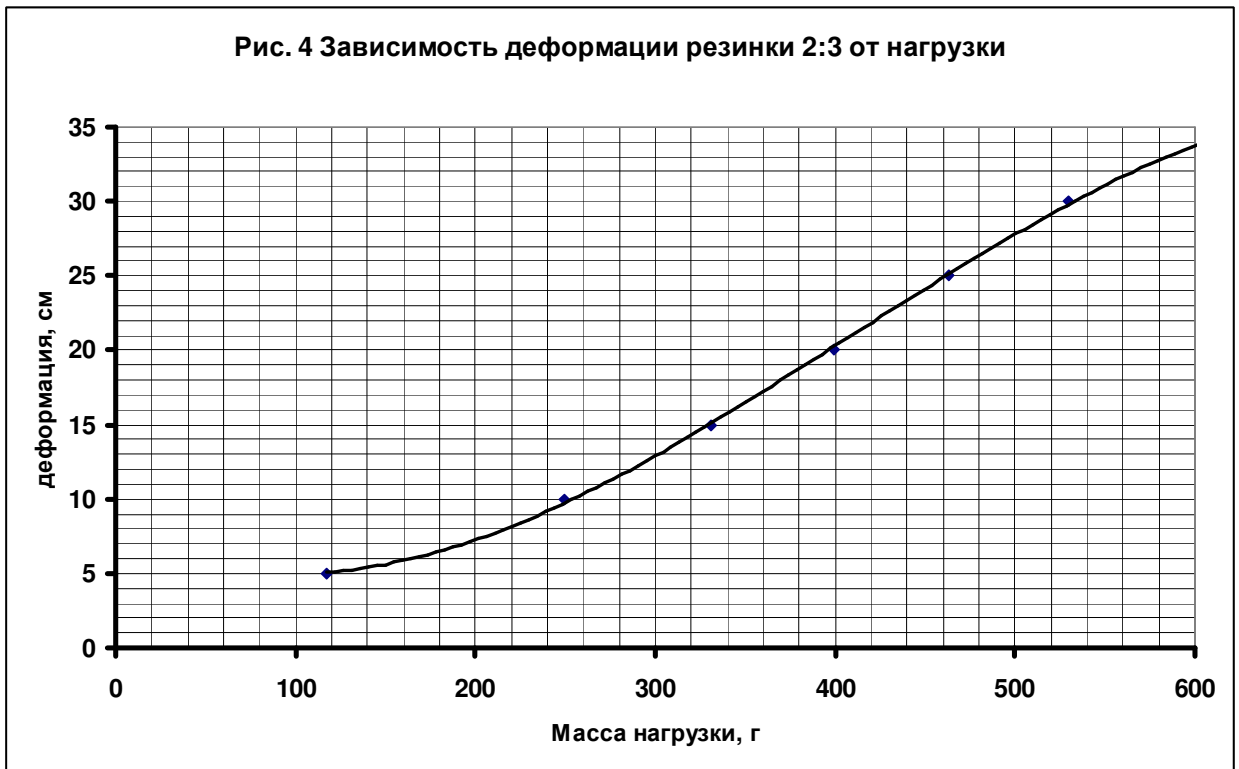
Затем с помощью тщательно построенного графика зависимости силы упругости от относительной деформации (по данным таблицы 2 (рис. 3) можно найти значения сил упругости каждой из частей резинок. Сумма этих сил равна приложенной силе тяжести. Формально эта процедура описывается формулой

$$F = f\left(\frac{\Delta l}{l_1}\right) + f\left(\frac{\Delta l - (l_2 - l_1)}{l_2}\right) \quad (2)$$

Где  $f(\epsilon)$  - экспериментальная зависимость силы упругости одной резинки от ее относительной деформации. Результаты расчетов зависимости  $F(\Delta l)$  приведены в Таблице 3 и на рис. 4

**Таблица 3.**

dl, см	eps1	eps2	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F,г
5	0,42	-0,06	117	0	117
10	0,83	0,22	165	84	249
15	1,25	0,50	203	128	331
20	1,67	0,78	239	160	399
25	2,08	1,06	278	185	463
30	2,50	1,33	319	210	529
35	2,92	1,61	368	421	790



Результаты измерений оказываются близкими к рассчитанной зависимости.



## Задача 11-1 Вольтамперная характеристика воды.

1.1 Вольтметр действительно показывает ЭДС данного гальванического, так как внутреннее сопротивление вольтметра значительно больше сопротивления воды. Показания вольтметра примерно 1,5 В и практически не зависят от расстояния между электродами.

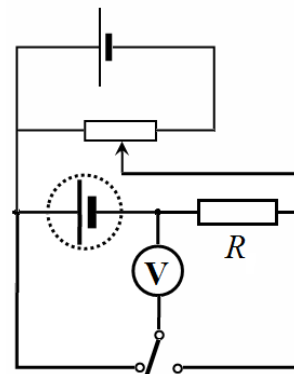
1.2 Показания омметра значительно различают (от кОм до Мом) при изменении полярности подключения – так как источник создает собственную ЭДС, поэтому омметр может показывать все, что угодно. Измерить таким способом внутреннее сопротивление невозможно.

2.1 В работе следует использовать традиционную схему для измерения силы тока и напряжения, а также изменения напряжения.

Сила тока рассчитывается как

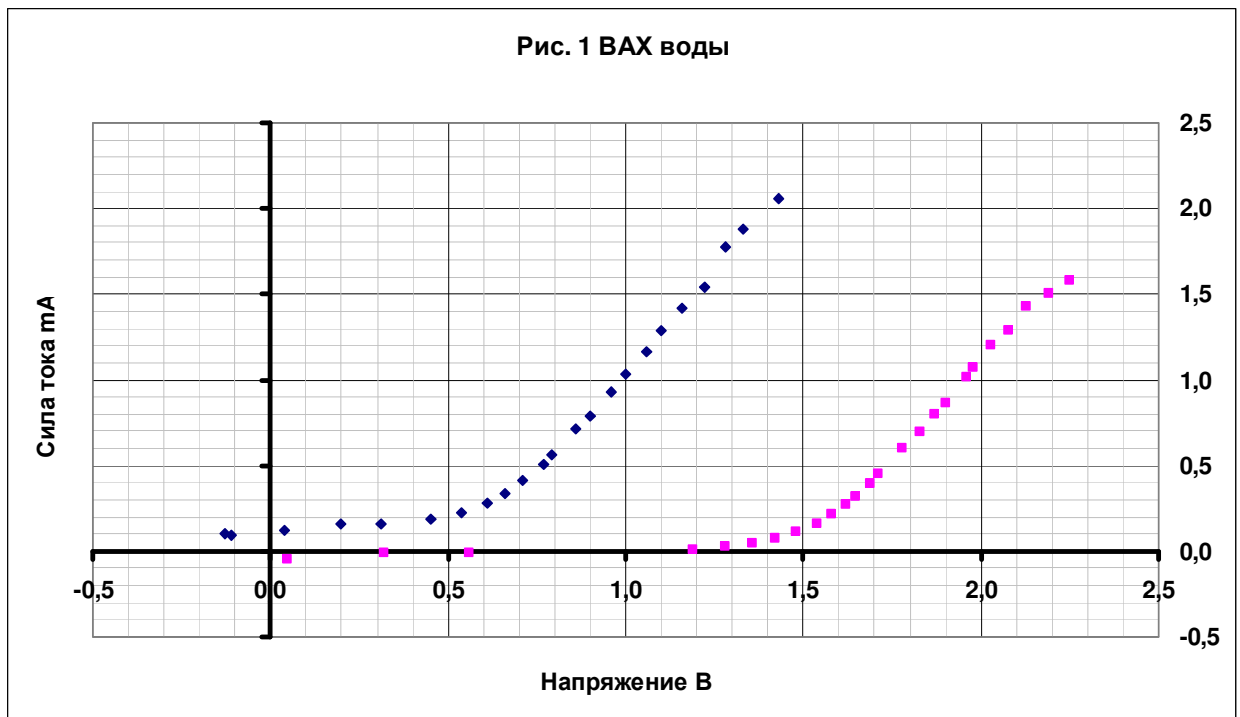
$$I = \frac{U_R}{R} \quad (1)$$

где  $U_R$  - напряжение на резисторе,  $R$  - его сопротивление.



Результаты измерений зависимости силы тока через элемент от напряжения на нем (при двух полярностях подключения источника приведены в Таблице 1.

- медь			+ медь		
Uэ	Ur	Iэ mA	Uэ	Ur	Iэ mA
1,43	2,80	2,059	2,25	2,15	1,581
1,33	2,55	1,875	2,19	2,05	1,507
1,28	2,42	1,779	2,13	1,94	1,426
1,22	2,10	1,544	2,08	1,75	1,287
1,16	1,93	1,419	2,03	1,64	1,206
1,10	1,75	1,287	1,98	1,45	1,066
1,06	1,58	1,162	1,96	1,38	1,015
1,00	1,41	1,037	1,90	1,18	0,868
0,96	1,26	0,926	1,87	1,09	0,801
0,90	1,07	0,787	1,83	0,94	0,691
0,86	0,97	0,713	1,78	0,82	0,603
0,79	0,77	0,566	1,71	0,61	0,449
0,77	0,69	0,507	1,69	0,53	0,390
0,71	0,56	0,412	1,65	0,43	0,316
0,66	0,46	0,338	1,62	0,37	0,272
0,61	0,38	0,279	1,58	0,29	0,213
0,54	0,30	0,221	1,54	0,22	0,162
0,45	0,26	0,191	1,48	0,15	0,110
0,31	0,21	0,154	1,42	0,10	0,074
0,20	0,22	0,162	1,36	0,06	0,044
0,04	0,16	0,118	1,28	0,03	0,022
-0,11	0,12	0,088	1,19	0,01	0,007
-0,13	0,14	0,103	0,56	-0,02	-0,015
			0,32	-0,02	-0,015
			0,05	-0,06	-0,044



Графики полученных зависимостей показаны на рис. 1 (без учета изменения знака при изменении полярности подключения источника)

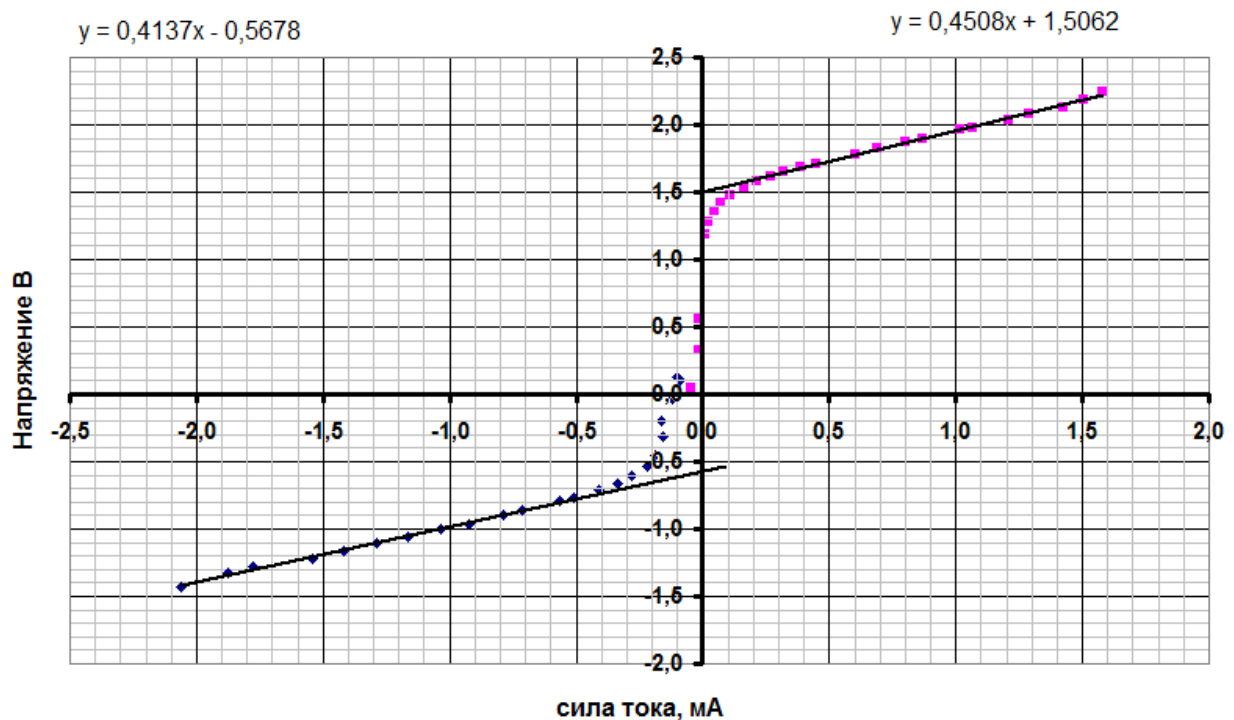
Полученные зависимости не линейны и не совсем обычны.

Для их объяснения и анализа запишем выражение для напряжения на участке цепи, содержащим источник ЭДС

$$U = \varepsilon + Ir \quad (1)$$

Для проверки этого соотношения следует построить график обратной зависимости: напряжения от силы тока, причем с учетом знаков напряжений и токов (рис. 2)

### Зависимость напряжения на элементе от силы тока через него



При каждой полярности подключения источника формула (1) выполняется – что говорит о том, что «чистый» источник ЭДС и его сопротивление на эквивалентной схеме должны быть подключены последовательно.

Однако две ветки полученной зависимости не соответствуют друг другу. Так ЭДС в этих случаях различаются. Следовательно, необходимо признать, что ЭДС зависит от направления протекания тока, так существенно перестраиваются области ионных слоев вблизи электродов.

Значения ЭДС и внутреннего сопротивления могут быть найдены по линейным участкам полученной зависимости как коэффициент наклона (внутренне сопротивление) и сдвига прямой (ЭДС). В обоих случаях внутренне сопротивление остается примерно одинаковым и равным примерно 0,4 кОм. Значение ЭДС существенно изменяется от +1,5 В до -0,6 В. Эти параметры и их погрешности могут быть найдены по методу наименьших квадратов.

## Задача 11-2 Деформация изгиба

### Часть 1.

Из рисунка следует, что момент силы относительно пружинки равен

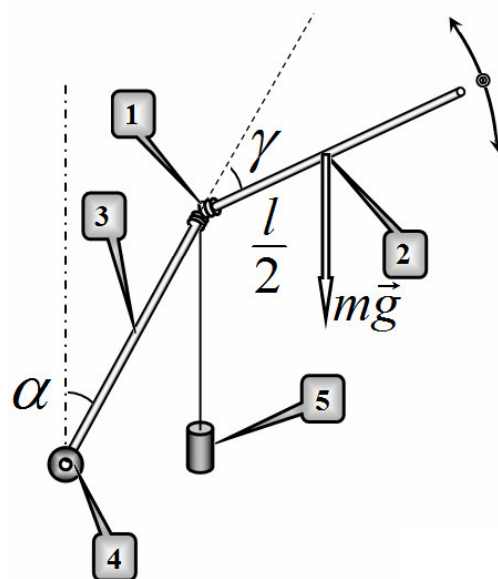
$$M = mg \frac{l}{2} \sin(\alpha + \gamma). \quad (1)$$

В положении равновесия он компенсируется моментом силы упругости

$$M = K\gamma. \quad (2)$$

Следовательно, в положении равновесия должно выполняться условие

$$K\gamma = mg \frac{l}{2} \sin(\alpha + \gamma). \quad (3)$$



1.1 Отметим, что установить является ли величина  $K$  больше или меньше  $l$  можно следующим простым способом. Рассмотрим уравнение (3) при  $\alpha = 0$  (то есть при вертикальном положении палочки). Это уравнение имеет очевидный корень  $\gamma = 0$ . При  $K > 1$  этот корень будет устойчивым, при  $K < 1$  неустойчивым. Эксперимент показывает, что две палочки вертикально вверх находится в состоянии равновесия не могут. Следовательно,  $K < 1$ .

При использовании указанной единицы измерения

момента силы  $M_0 = mg \frac{l}{2}$  уравнение (3) упрощается

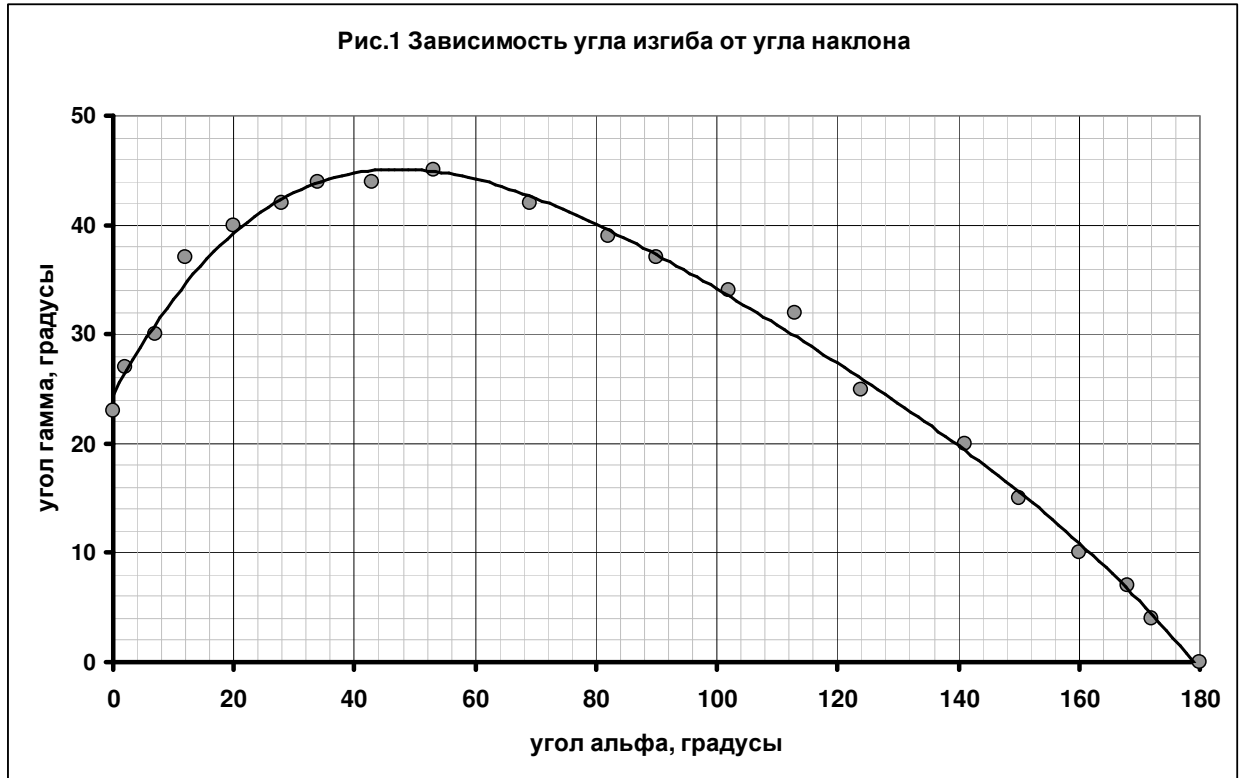
$$\tilde{K}\gamma = \sin(\alpha + \gamma) \quad (4)$$

Необходимо измерить углы  $\alpha$  и  $\gamma$  и построить зависимость угла  $\gamma$  от  $\sin(\alpha + \gamma)$ . Линейность данной зависимости будет свидетельствовать о применимости закона Гука для деформации изгиба пружинки. Результаты измерений приведены в таблице 1. И на графике Рис. 1. Там же приведены все необходимые в дальнейшем расчеты.

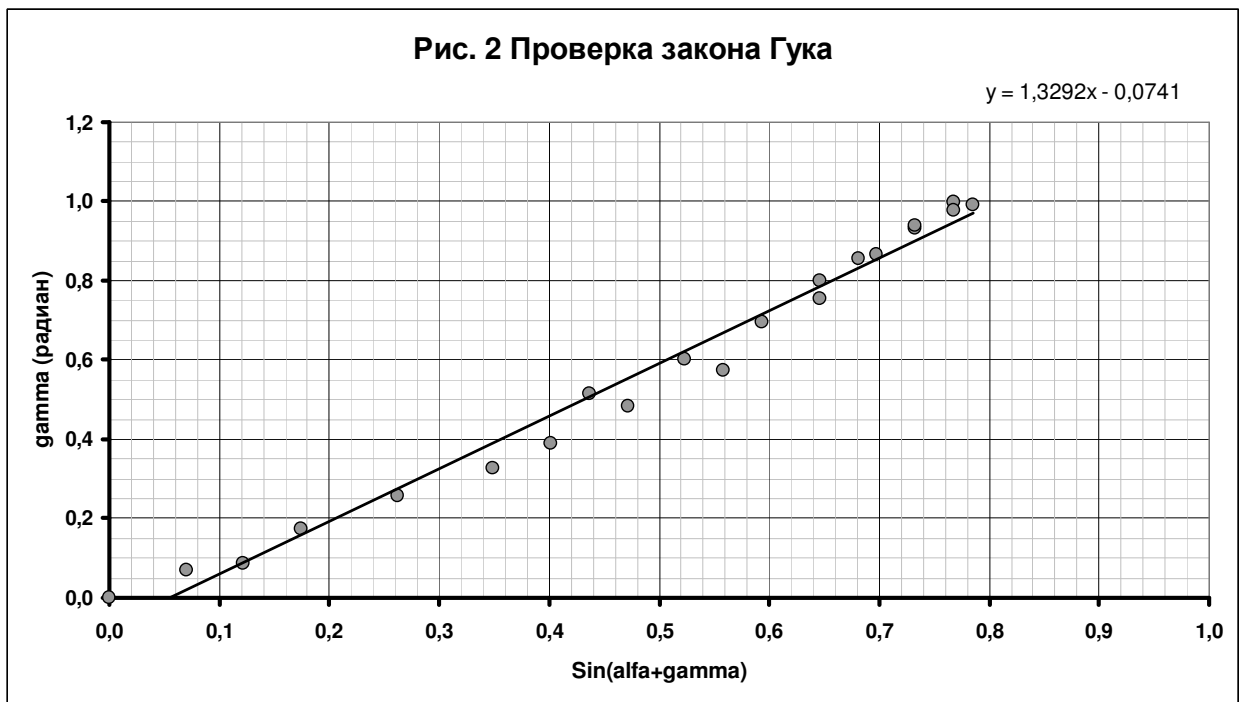
Таблица 1.

$\alpha, ^\circ$	$\gamma, ^\circ$	$T, c$	$\alpha, рад$	$\gamma, рад$	$\sin(\alpha + \gamma)$	$\cos(\alpha + \gamma)$	$T^{-2}, c^{-2}$
180	0	0,606	3,142	0,000	0,000	-1,000	2,723
172	4	0,617	3,002	0,070	0,070	-0,998	2,627
168	7	0,610	2,932	0,122	0,087	-0,996	2,687
160	10	0,578	2,793	0,175	0,174	-0,985	2,993
150	15	0,587	2,618	0,262	0,259	-0,966	2,902
141	20	0,588	2,461	0,349	0,326	-0,946	2,892
124	25	0,596	2,164	0,436	0,515	-0,857	2,815
113	32	0,599	1,972	0,559	0,574	-0,819	2,787
102	34	0,614	1,780	0,593	0,695	-0,719	2,653
90	37	0,612	1,571	0,646	0,799	-0,602	2,670
82	39	0,613	1,431	0,681	0,857	-0,515	2,661
69	42	0,651	1,204	0,733	0,934	-0,358	2,360
53	45	0,682	0,925	0,785	0,990	-0,139	2,150
43	44	0,697	0,750	0,768	0,999	0,052	2,058
34	44	0,736	0,593	0,768	0,978	0,208	1,846

28	42	0,746	0,489	0,733	0,940	0,342	1,797
20	40	0,821	0,349	0,698	0,866	0,500	1,484
12	37	0,898	0,209	0,646	0,755	0,656	1,240
7	30	0,961	0,122	0,524	0,602	0,799	1,083
2	27	1,038	0,035	0,471	0,485	0,875	0,928
0	23	1,125	0,000	0,401	0,391	0,921	0,790



На следующем рисунке приведен график зависимости  $\gamma(\sin(\alpha + \gamma))$



Этот график показывает, что уравнение (4) применимо практически во всем диапазоне углов изгиба. Найденный по этому графику коэффициент оказывается равным  $\vec{K} = 0,75$ .

## Часть 2.

Для вывода указанной формулы запишем выражение для полной энергии колеблющегося стержня,

$$\frac{ml^2}{6}\omega^2 + \frac{K(\gamma + \varphi)^2}{2} + mg \frac{l}{2} \cos(\alpha + \gamma + \varphi) = E \quad (5)$$

В этом уравнение  $\varphi$  - малое отклонение от равновесного угла  $\gamma$ . Далее для расчета периода малых колебаний необходимо разложить потенциальную энергию, оставляя только квадратичные слагаемые по малой величине  $\varphi$ . Несложные преобразования приводят к результату

$$\begin{aligned} U &= \frac{K(\gamma + \varphi)^2}{2} + mg \frac{l}{2} \cos(\alpha + \gamma + \varphi) = \\ &= \frac{K(\gamma^2 + 2\gamma\varphi + \varphi^2)}{2} + mg \frac{l}{2} (\cos(\alpha + \gamma)\cos\varphi - \sin(\alpha + \gamma)\sin\varphi) \approx \\ &\approx \frac{K(\gamma^2 + 2\gamma\varphi + \varphi^2)}{2} + mg \frac{l}{2} \left( \cos(\alpha + \gamma) \cdot \left(1 - \frac{\varphi^2}{2}\right) - \sin(\alpha + \gamma) \cdot \varphi \right) = \\ &= \left( \frac{K\gamma^2}{2} + mg \frac{l}{2} \cos(\alpha + \gamma) \right) + \left( K\gamma - mg \frac{l}{2} \sin(\alpha + \gamma) \right) \cdot \varphi + \left( K - mg \frac{l}{2} \cos(\alpha + \gamma) \right) \frac{\varphi^2}{2} \end{aligned}$$

Второе слагаемое обращается в нуль ввиду условия равновесия, а первое можно не учитывать, как несущественную постоянную добавку к потенциальной энергии.

Подставляя полученное выражение  $U = \left( K - mg \frac{l}{2} \cos(\alpha + \gamma) \right) \frac{\varphi^2}{2}$  в уравнение закона сохранения энергии, получим уравнение гармонических колебаний:

$$\frac{ml^2}{6}\omega^2 + \left( K - mg \frac{l}{2} \cos(\alpha + \gamma) \right) \frac{\varphi^2}{2} = E$$

Из которого следует приведенная формула

$$\begin{aligned} T &= 2\pi \sqrt{\frac{ml^2}{3 \left( K - mg \frac{l}{2} \cos(\alpha + \gamma) \right)}} = 2\pi \sqrt{\frac{ml^2}{3mg \frac{l}{2} \left( \frac{K}{mg \frac{l}{2}} - \cos(\alpha + \gamma) \right)}} = \\ &= 2\pi \sqrt{\frac{2l}{3g(\tilde{K} - \cos(\alpha + \gamma))}} \end{aligned}$$

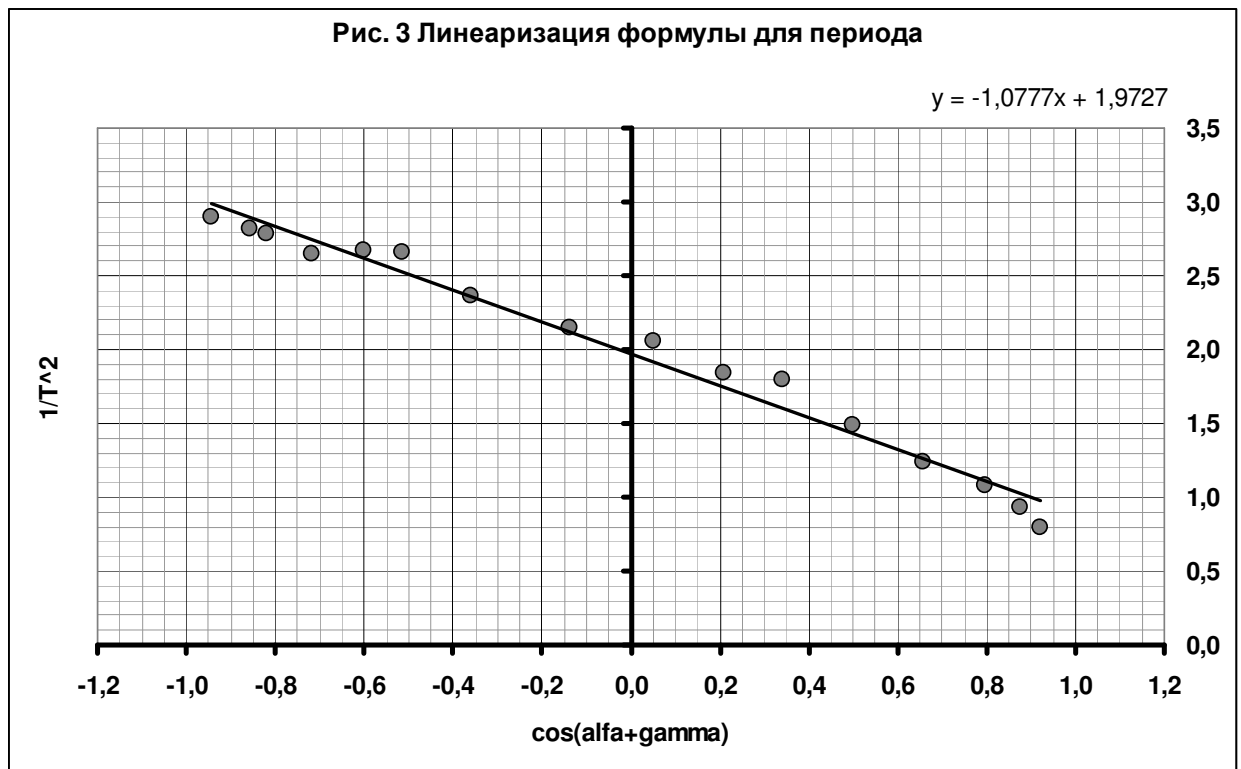
Для проверки этой формулы ее следует линеаризовать, построив зависимость

$$\frac{1}{T^2} = \frac{3g}{8\pi l} (\tilde{K} - \cos(\alpha + \gamma)) \quad (6)$$

График этой зависимости показан на следующем рисунке 3. Если найти параметры полученной линейной зависимости ( $y = ax + b$ ), то, как следует из формулы (6), коэффициент упругости пружинки определяется по формуле

$$\tilde{K} = -\frac{b}{a}.$$

Рис. 3 Линеаризация формулы для периода



Из данного графика следует, что  $\vec{K} \approx 0,56$ , что несколько отличается от полученного ранее значения.