

Задание 9-1. Сконструируй и изучи рычажные весы!

Часть 1.

Измерения проведены при следующих значениях длин плеч $l_1 = 188\text{ мм}$,

$$l_2 = 90\text{ мм}$$

Результаты измерений зависимости отклонения стрелки x при двух значениях расстояния h от центра масс стрелки до оси вращения (также указаны) от числа спичек в стакане n приведены в таблице 1 и на графиках.

Таблица 1.

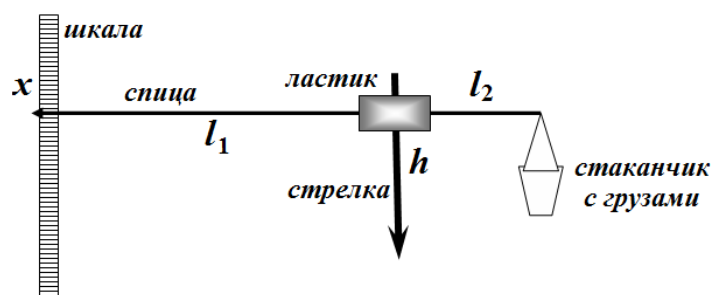
n	x , мм	
	$h = 75\text{ мм}$	$h = 25\text{ мм}$
0	0	0
1	2	10
2	9	17,5
3	14	27
4	22	32
5	28	42
6	34	50
7	39,5	58
8	47	69
9	51	79
10	60	89

Полученные зависимости являются линейными. Коэффициенты наклонов этих графиков (найденные графически) равны

$$\text{Для } h = 75\text{ мм} \quad k = 5,7 \frac{\text{мм}}{\text{спичка}}.$$

$$\text{Для } h = 25\text{ мм} \quad k = 8,6 \frac{\text{мм}}{\text{спичка}}.$$

Понятно, что при меньшем значении h чувствительность весов выше¹. В этом случае момент силы тяжести стрелки меньше, поэтому равновесие достигается при большем угле отклонения.



¹ Подробное рассмотрение этого механизма рассмотрено в решении задач теоретического тура.

Часть 2.

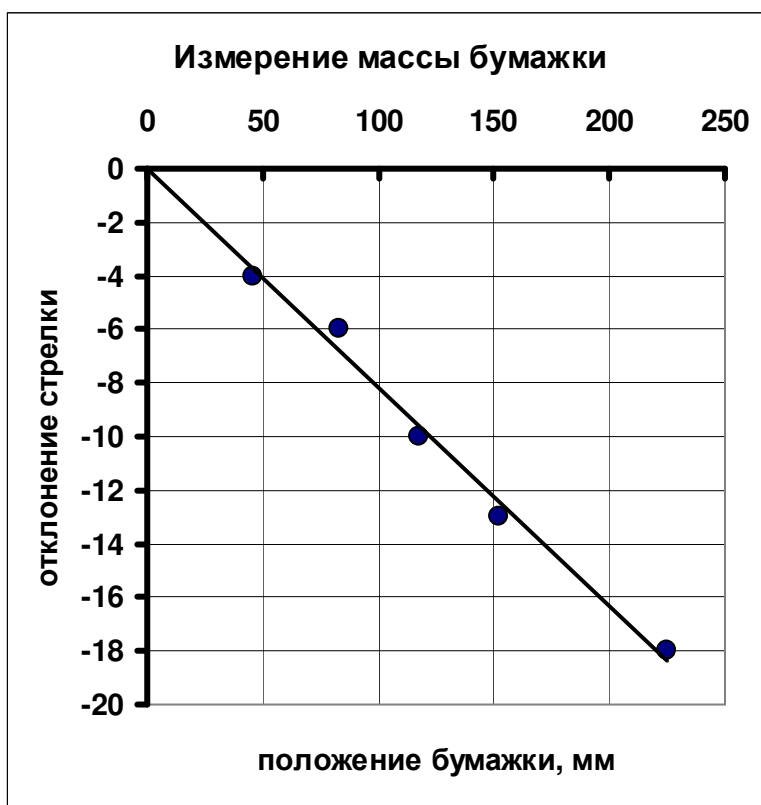
Измерения проведены при $h = 25\text{ мм}$, когда чувствительность весов выше.

Результаты измерений зависимости отклонения стрелки x от положения бумажки y приведены в таблице 2.

Таблица 2.

$y, \text{ мм}$	$x, \text{ мм}$
225	-18
152	-13
118	-10
83	-6
46	-4

Коэффициент наклона этого графика равен $a = -0,082$.



Для определения массы бумажки следует понимать, что отклонение стрелки пропорционально моменту силы, действующей на рычаг весов.

С этой точки зрения функцию, описывающую градуировочный график, можно записать в виде

$$x = \frac{k}{l_2} n \cdot l_2, \quad (1)$$

А график, полученный для измерения массы спички,

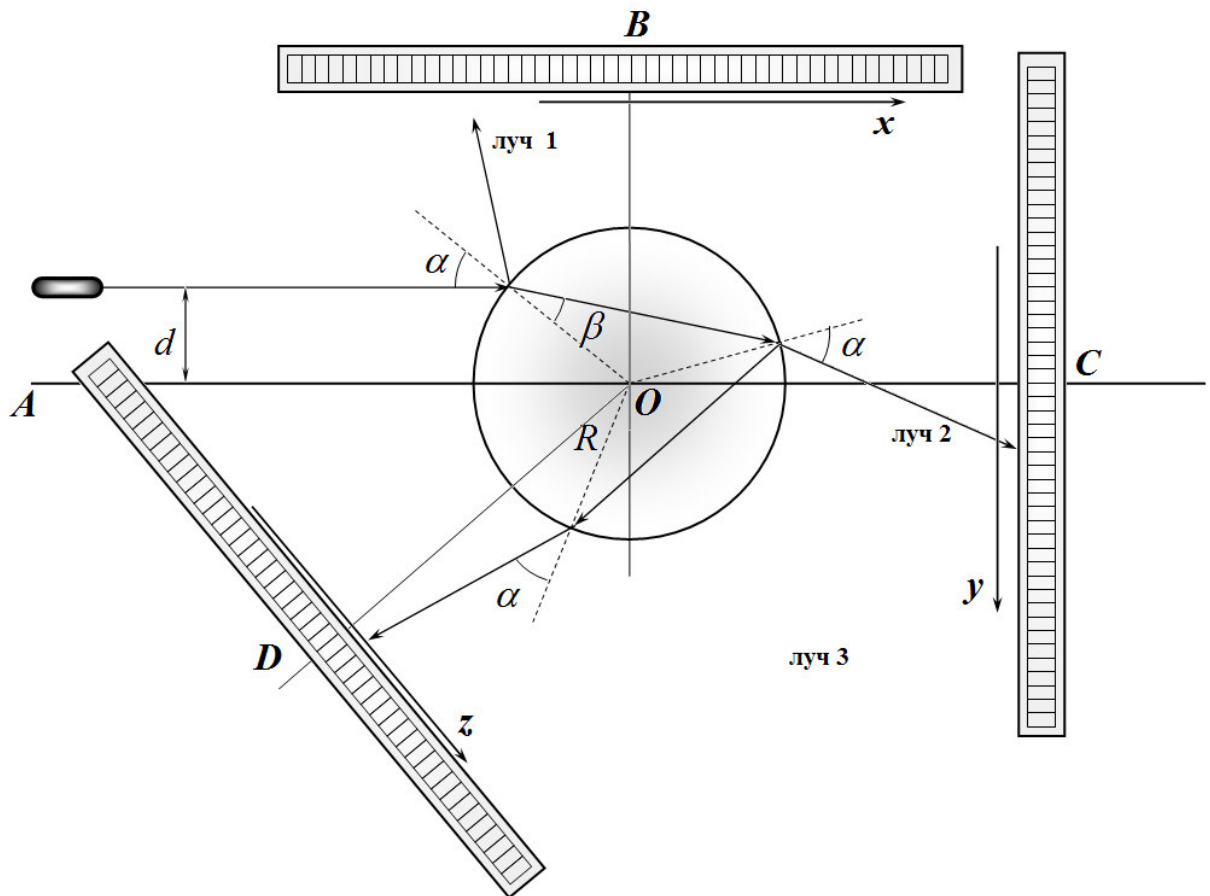
$$x = ay = \frac{k}{l_2} m^* y \quad (2)$$

Где m^* - масса бумажки, измеренная в массах одной спички. Из этой формулы следует, что

$$m^* = \frac{al_2}{k} = \frac{0,082}{8,6} \cdot 90 \approx 0,86 \text{ (массы спички)}$$

Отсюда следует, что масса 1 м^2 бумаги примерно равна 35г.

Задание 2. Открой закон сам!



1. Полученная зависимость является монотонной. Для доказательства закона отражения света проще всего провести непосредственное измерение углов падения и отражения, так как явный вид зависимости $x(d)$ является достаточно сложной.
2. Не сложно показать, что при малых углах падения зависимость координаты $y(d)$ от прицельного параметра имеет вид

$$y = 2L \frac{d}{R} (n - 1),$$

Где L - расстояние от заднего края банки до экрана C . Поэтому линейность зависимости $y(d)$ при малых d доказывает высказанное предположение от связи углов падения и отражения.

3. Существенно, что эта зависимость имеет точку экстремума (максимума) при $d \approx 0,86R$, где R - радиус банки.

Задание 10-1. Столкновения!

Часть 1. Теоретическая

1.1 Из законов сохранения импульса и механической энергии

$$m_1 u_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$\frac{m_1 u_0^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

Следует, что скорости тел после абсолютно упругого удара определяются по формулам

$$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_0$$

$$v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_0$$

Их отношение равно

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{2m_1}{m_1 - m_2} \quad (1)$$

Его удобно выразить через отношение масс сталкивающихся тел $\eta = \frac{m_1}{m_2}$:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{2\eta}{\eta - 1} \quad (2)$$

1.2 Начальная кинетическая энергия тела равна работе силе трения, поэтому

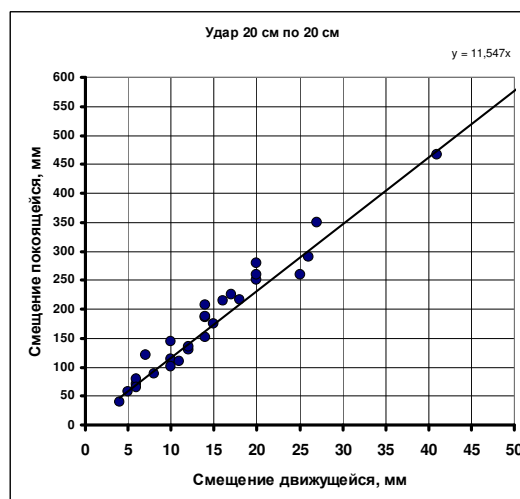
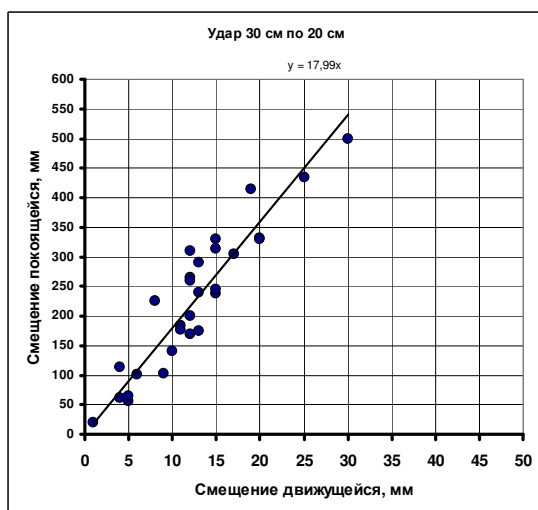
$$\frac{mv_0^2}{2} = \mu mgS,$$

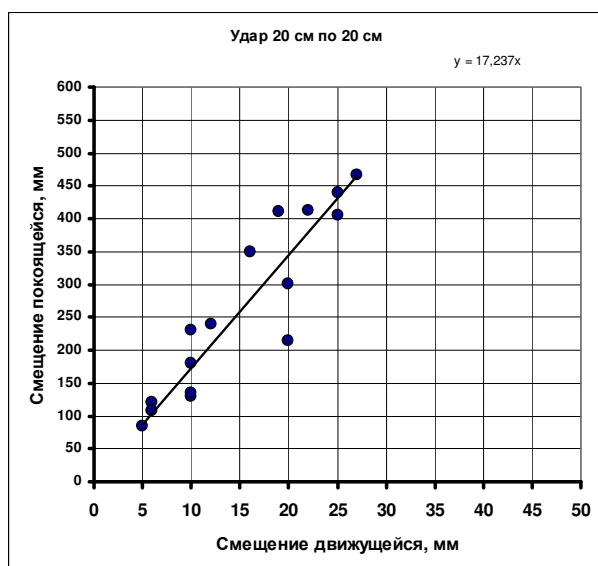
Откуда следует, что путь, пройденный линейкой, пропорционален квадрату ее начальной скорости

$$S = \frac{v_0^2}{2\mu g}. \quad (3)$$

Часть 2. Простые линейки.

2.1 Действительно, наблюдается очень большой разброс данных, тем не менее, можно увидеть определенную корреляцию между смещениями линеек после удара. На рисунках приведены полученные графики для трех вариантов столкновений.





Результаты показывают, что удары линеек нельзя считать абсолютно упругими. Так теоретически отношение смещений линеек должно быть равно отношению квадратов их скоростей сразу после удара, то есть определяться формулой

$$\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{2\eta}{\eta - 1} \right)^2 \quad (2)$$

Так при ударе тридцатисантиметровой линейки по двадцатисантиметровой ($\eta = 1,5$) отношение смещений должно равняться 36, в то же время экспериментально получено значение меньше 20.

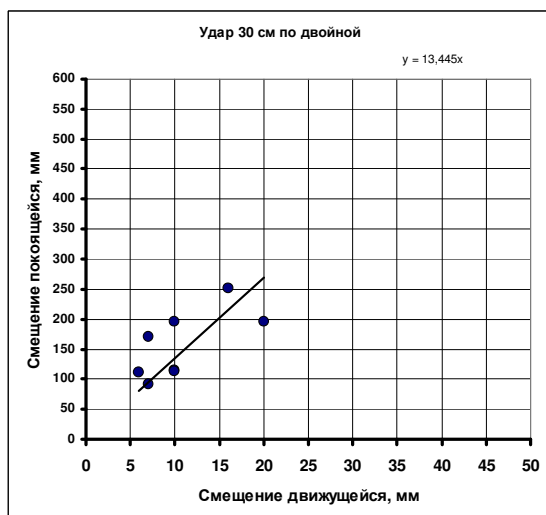
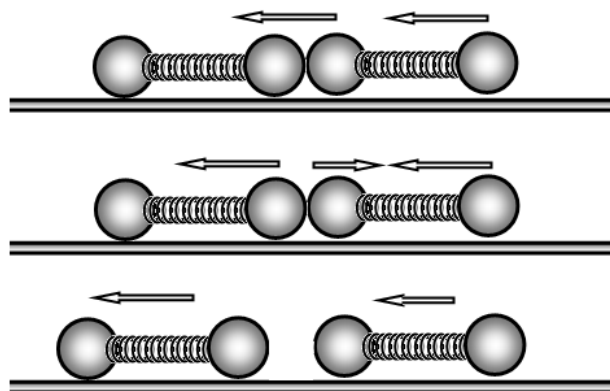
Еще более существенные расхождения наблюдаются для удара одинаковых линеек –

здесь теоретически ударяющая линейка должна останавливаться, а она продолжает движение в том же направлении. Аналогично и для удара более легкой линейки – она также продолжает двигаться в прежнем направлении, хотя при абсолютно упругом ударе должна двигаться в противоположном направлении.

Таким образом, удар линеек нельзя считать абсолютно упругим. По-видимому, основной причиной этого (помимо потерь на необратимость деформаций) следует считать возникновение упругих волн в линейках во время удара.

Простейшая модель линеек, позволяющая хотя бы качественно объяснить полученные результаты, является следующая. Заменим каждую линейку на пару упругих шариков, соединенных пружиной.

Пусть в момент столкновения для шариков выполняются законы упруго удара. Тогда, даже если передний из ударяющих шариков получит скорость, направленную в противоположную сторону, скорость его центра масс может быть направлена в прежнем направлении, поэтому и ударяющая пара в целом будет продолжать движение в прежнем направлении.



Часть 3. Сдвоенная линейка.

На рисунке показаны результаты нескольких измерений линейки в 30 см по сдвоенной линейке. В этом случае ударяющая линейка (ее масса меньше) продолжает двигаться в прежнем направлении. Для качественного объяснения полученных результатов можно предложить следующую модель. Две части сдвоенной линейки слабо связаны между собой (пластилин пластичен!). Поэтому нижняя ее часть в момент удара приобретает скорость, такую же, как при ударе линейки в 30 см по линейке в 20 см. Далее этот импульс перераспределяется между двумя частями сдвоенной линейки, в результате чего ее скорость уменьшается в два раза. В этом случае

отношение пройденных путей должно быть в 4 раза меньше, чем в первом из рассмотренных во 2 части случаев. Однако в эксперименте получено отношение близкое к 2, что объясняется упрощенностью рассмотренной модели. Понятно, что дополнительная причина потерь механической энергии в этом случае – потери на неупругие деформации самого пластилина.

Задание 10-2. Придумай формулу сам!

1.1 Параметры α и β определите методом размерностей.

Чтобы размерности в формуле

$$T = CR^\alpha g^\beta \left(\frac{m}{m_0}\right)^\gamma \quad (1)$$

Совпадали, необходимо, чтобы она имела вид

$$T = C \left(\frac{m}{m_0}\right)^\gamma \sqrt{\frac{R}{g}} \quad (2)$$

Т.е. $\alpha = \frac{1}{2}$, $\beta = -\frac{1}{2}$.

1.2.1 Колебания подвешенного колечка.

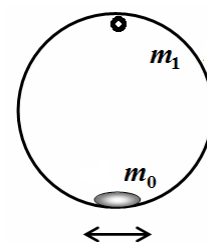
В этом случае эксперимент вполне однозначно показывает, что период колебаний не зависит от числа использованных кнопок. Поэтому в этом случае $\gamma = 0$.

Примечание не для участников.

Этот неожиданный вывод может быть строго обоснован теоретически. Используя формулу для периода колебаний физического маятника, получим

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mga}} = 2\pi \sqrt{\frac{2m_1 R^2 + 4m_0 R^2}{g(m_1 R + 2m_0 R)}} = 2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}},$$

Здесь J - момент инерции маятника относительно точки подвеса, a - расстояние от точки подвеса до центра масс маятника, m_1 - масса кольца, m_0 - масса груза.

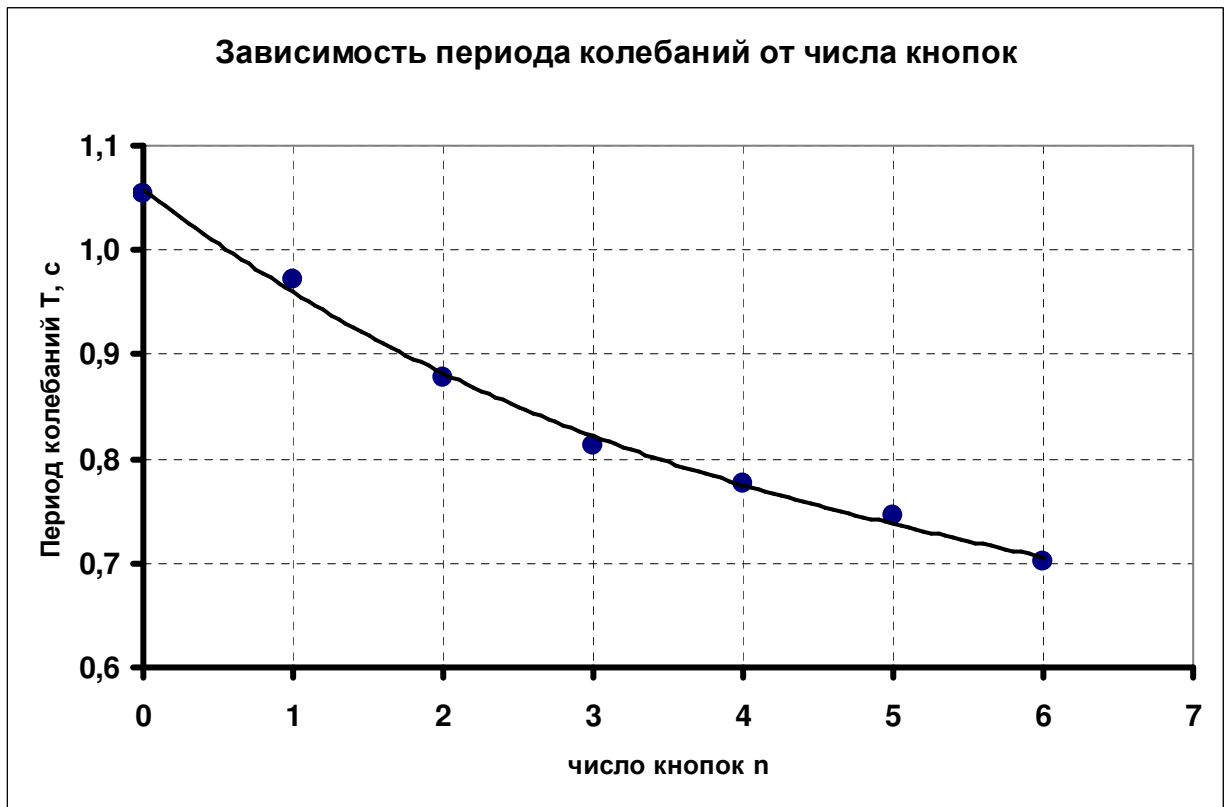


1.2.2 Колебания колечка на горизонтальной поверхности.

В этом случае наблюдается зависимость периода колебаний. Результаты измерений зависимости периода колебаний T от числа использованных кнопок n приведены в таблице и на графике. Указаны времена измерений трех периодов колебаний и среднее значение периода.

Таблица 1.

n	$(3T)_1, c$	$(3T)_2, c$	$(3T)_3, c$	$\langle T \rangle, c$	$\langle T \rangle^{-2}, c^{-2}$
0	3,18	3,14	3,16	1,053333	0,901
1	2,95	2,86	2,93	0,971111	1,060
2	2,62	2,60	2,68	0,877778	1,297
3	2,44	2,49	2,39	0,813333	1,511
4	2,32	2,31	2,35	0,775556	1,662
5	2,20	2,25	2,26	0,745556	1,799
6	2,12	2,09	2,11	0,702222	2,027



Хорошо видно, что период колебаний убывает при увеличении числа кнопок (при возрастании массы груза). На основании данного графика можно предположить, что убывание обратно пропорционально корню квадратному из массы груза, т.е. что он описывается формулой

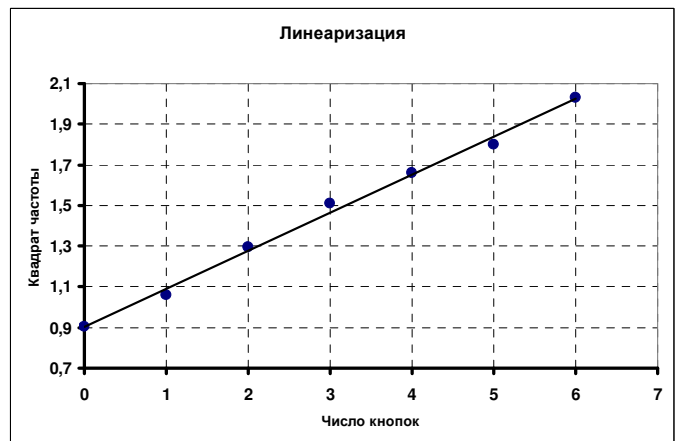
$$T = C \sqrt{\frac{R}{g}} \cdot \sqrt{\frac{m}{m_0}}. \quad (3)$$

Для проверки данного предположения можно построить график зависимости T^{-2} от числа кнопок n . Если высказанное предположение справедливо, то данная зависимость должна быть линейной, т.е. иметь вид

$$T^{-2} = A(m_{\text{пласт.}} + n \cdot m_{\text{кнопки}}). \quad (4)$$

График этой зависимости показан на рисунке, он вполне линейен, что подтверждает высказанное

предположение $\gamma = \frac{1}{2}$.



Задание 11- 1. Мостовые схемы.

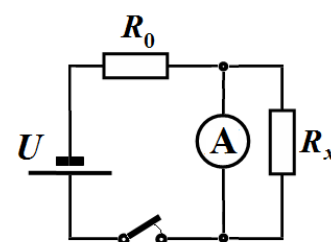
Часть 1. Подготовительная.

1.1 Результаты измерений сопротивлений приведены в таблице 1.

Таблица 1.

	Обозначение	Указанное сопротивление	Измеренное сопротивление
1	r_1	1 кОм	1,19 кОм
2	r_2	2 кОм	1,50 кОм
3	r_3	100 кОм	
4	r_4	200 кОм	
5	r_0 (реостат)	6 Ом	

1.2. для измерения сопротивления мультиметра в режиме измерения силы тока можно использовать схему с шунтирующим резистором R_x (рис. 1). Сопротивление этого резистора должно быть сравнимо с сопротивлением амперметра, поэтому в этой роли должен выступать реостат. Сопротивление реостата можно изменять, при этом с помощью мультиметра, переключенного в режим омметра легко измерить установленное значение (при этом цепь следует отключить от источника).



Так же необходимо включить в цепь дополнительный резистор R_0 , сопротивление которого должно быть таким, чтобы ток в цепи попадал в требуемый диапазон измерения силы тока. Разумно использовать² в этом качестве резистор r_1 .

Так как сопротивление амперметра, шунта и внутреннее сопротивление источника значительно меньше сопротивления резистора R_0 , то сила тока через амперметр (непосредственно измеряемая) определяется по формуле

$$I_A = \frac{U_0}{R_0} \frac{R_x}{R_x + R_A}. \quad (1)$$

Из этой формулы следует, что зависимость силы тока I_A от шунтирующего сопротивления R_x приводится к линейному виду, если ее «перевернуть»:

$$\frac{1}{I_A} = \frac{R_0}{U_0} \left(1 + \frac{R_A}{R_x} \right). \quad (2)$$

Таким образом, зависимость $I_A^{-1}(R_x^{-1})$ является линейной и параметры этой линейной зависимости (которые могут быть рассчитаны по методу наименьших квадратов) Позволяют определить искомое значение сопротивление амперметра. Действительно,

параметры линейной зависимости $\frac{1}{I_A} = a \frac{1}{R_x} + b$ определяются выражениями

² Еще более разумно использовать резистор с меньшим сопротивлением, для чего можно соединить параллельно резисторы r_1 и r_2 .

$a = \frac{R_0}{U_0} R_A$, $b = \frac{R_0}{U_0}$, поэтому требуемое значение сопротивления амперметра

рассчитывается как отношение этих коэффициентов $R_A = \frac{a}{b}$.

Результаты измерений зависимости силы тока через амперметр от сопротивления шунта приведены в Таблице 2 и на графике (рис. 2) для диапазона измерений 200 мА, и в Таблице 3 и на графике (рис. 3) для диапазона 20 мА.

Таблица 2 Диапазон измерения 200 мА.

$R_x, \text{Ом}$	$I_A, \text{мА}$	R_x^{-1}	I_A^{-1}
5,3	3,2	0,189	0,313
4,1	3,0	0,244	0,333
3,0	2,8	0,333	0,357
2,5	2,6	0,400	0,385
2,0	2,4	0,500	0,417
1,6	2,2	0,625	0,455
1,4	2,0	0,714	0,500
1,2	1,8	0,833	0,556
0,8	1,5	1,250	0,667

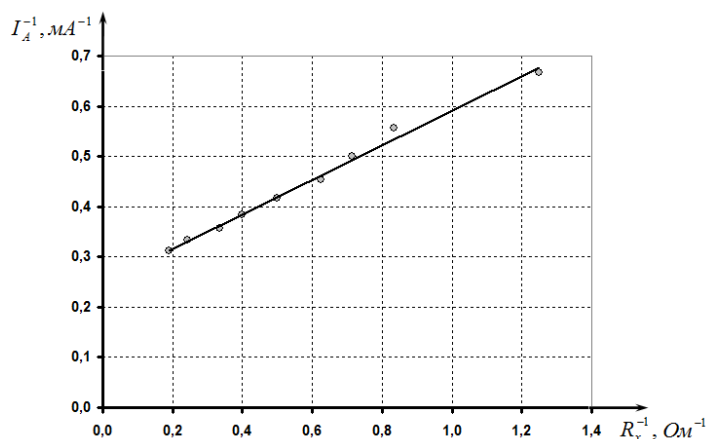
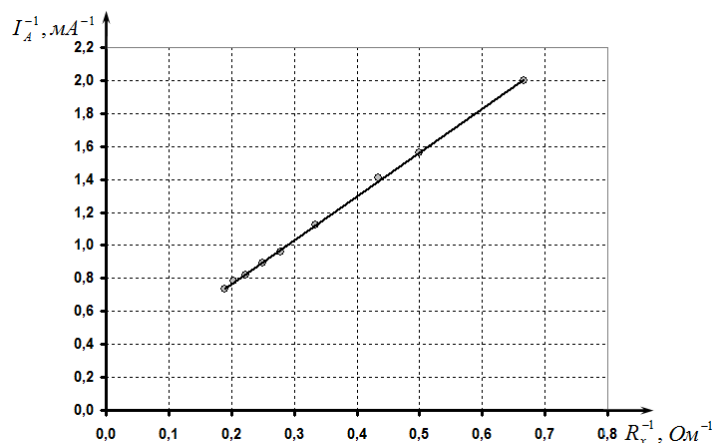


Таблица 3. Диапазон 20 мА

$R_x, \text{Ом}$	$I_A, \text{мА}$	R_x^{-1}	I_A^{-1}
5,3	1,4	0,189	0,735
4,9	1,3	0,204	0,781
4,5	1,2	0,222	0,820
4,0	1,1	0,250	0,893
3,6	1,0	0,278	0,962
3,0	0,9	0,333	1,124
2,3	0,7	0,435	1,408
2,0	0,6	0,500	1,563
1,5	0,5	0,667	2,000



Расчет сопротивлений по этим данным приводит к следующим значениям сопротивлений амперметра:

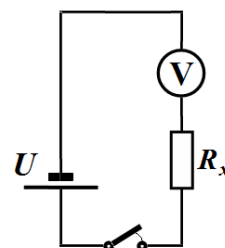
$$R_A = 1,4 \text{ Ом в диапазоне } 200 \text{ мА};$$

$$R_A = 11,6 \text{ Ом в диапазоне } 20 \text{ мА};$$

1.3. Для измерения сопротивление мультиметра в режиме измерения напряжения следует использовать схему с дополнительным резистором, подключенным последовательно к вольтметру (рис. 5) .

В этом случае показания вольтметра могут быть рассчитаны по формуле

$$U_V = U_0 \frac{R_V}{R_V + R_x} \quad (3)$$



Эта формула также допускает аналогичную линеаризацию

$$\frac{1}{U_V} = \frac{1}{U_0} \left(1 + \frac{R_x}{R_V} \right) \quad (4)$$

То есть зависимость $\frac{1}{U_V}$ от R_x является линейной

$$\frac{1}{U_V} = aR_x + b, \quad (5)$$

где $a = \frac{1}{U_0 R_V}$, $b = \frac{1}{U_0}$. Поэтому значение сопротивления вольтметра может быть

рассчитано по формуле $R_V = \frac{b}{a}$.

Для проведения измерений необходимо использовать в качестве добавочного резистора большие сопротивления, в качестве которых следует использовать резисторы r_3 и r_4 : по отдельности, соединенные параллельно и соединенные последовательно (таким образом возможно 4 варианта).

Отметим также, что для измерения сопротивления в диапазоне 2000 мВ в схему следует включить делитель напряжения, в качестве которого следует использовать реостат, включенный по схеме потенциометра.

Измерения и обработка проводятся аналогично, описанному ранее. В результате измерений получены следующие значения сопротивлений вольтметра

$$R_V = 1,4 \text{ кОм в диапазоне } 2000 \text{ мВ};$$

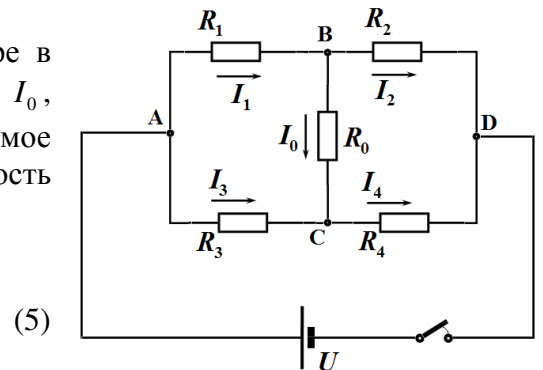
$$R_V = 11,6 \text{ кОм в диапазоне } 20 \text{ В}.$$

Часть 2. Мостовая схема.

2.1 - 2.2 Для расчета напряжения на мультиметре в режиме вольтметра можно пренебречь силой тока I_0 , протекающего через него. В этом случае измеряемое напряжение может быть найдено как разность потенциалов точек **В** и **С**:

$$\varphi_B = \varphi_A - I_1 R_1 = \varphi_A - \frac{U}{R_1 + R_2} R_1$$

$$\varphi_B = \varphi_A - I_3 R_3 = \varphi_A - \frac{U}{R_3 + R_4} R_3$$



Откуда следует:

$$U_0 = \varphi_B - \varphi_C = U \left(\frac{R_3}{R_3 + R_4} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \quad (6)$$

При расчете показаний амперметра можно пренебречь его сопротивлением. В этом случае схема преобразуется к легко рассчитываемой схеме с двумя парами параллельно соединенных резисторов. Расчет силы тока в этом случае может быть проверен следующим образом:

Общая сила тока в цепи:

$$I = \frac{U}{\frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4}} \quad (7)$$

Силы токов в верхней ветви моста

$$I_1 = I \frac{R_3}{R_1 + R_3}, \quad I_2 = I \frac{R_4}{R_2 + R_4} \quad (8)$$

Сила тока через амперметр³:

$$I_0 = I_1 - I_2 = U \frac{\frac{R_3}{R_1 + R_3} - \frac{R_4}{R_2 + R_4}}{\frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4}} \quad (9)$$

2.3 Рассматривая протекание токов в мостовой схеме, можно заключить, что максимальные напряжение и сила токов будут достигаться в максимально разбалансированной цепи, когда (один из возможных вариантов с точностью до перестановки)

$$R_1 = r_1; \quad R_2 = r_3; \quad R_3 = r_4; \quad R_4 = r_2 \quad (10)$$

В этом случае теоретическое значение силы тока через амперметр равно

$$I_{0\max} = \frac{U}{r_1 + r_2}; \quad U_{0\max} = U. \quad (11)$$

Минимальные значения силы тока и напряжения при максимальной балансировке моста, т.е. при⁴

$$R_1 = r_1; \quad R_2 = r_2; \quad R_3 = r_3; \quad R_4 = r_4 \quad (12)$$

2.4 Результаты требуемых измерений приведены в Таблице 4. Ниже приведены графики полученных зависимостей. Параметр рассчитан по формуле

$$\eta_x = \frac{U_x}{U_x + U_{r-x}} \quad (13)$$

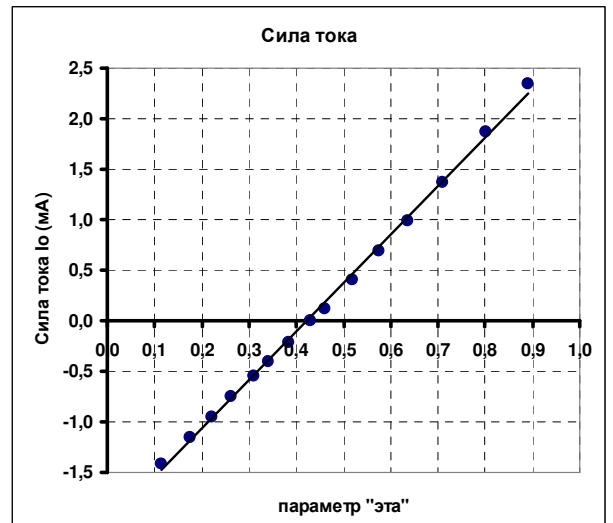
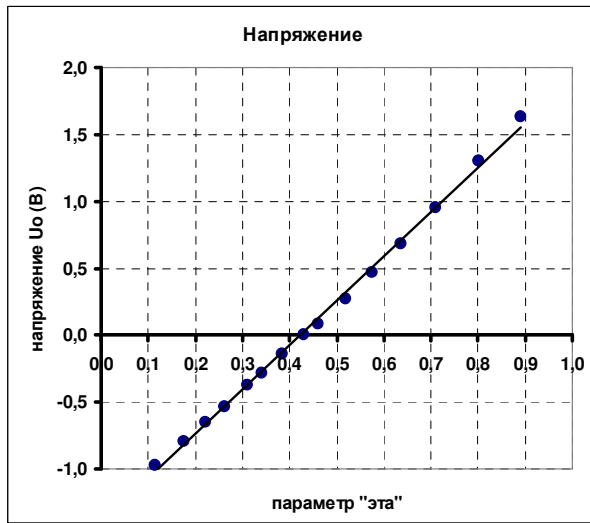
Таблица 4.

U_x, B	U_{r-x}, B	U_0, B	I_0, mA	η_x
0,39	3,16	1,63	2,35	0,89
0,69	2,78	1,30	1,87	0,80
0,98	2,41	0,95	1,37	0,71
1,21	2,12	0,68	0,99	0,64
1,40	1,90	0,47	0,69	0,58
1,57	1,69	0,27	0,40	0,52
1,74	1,48	0,08	0,12	0,46
1,82	1,37	0,00	0,00	0,43
1,96	1,22	-0,14	-0,21	0,38
2,09	1,08	-0,28	-0,41	0,34
2,18	0,98	-0,37	-0,55	0,31
2,31	0,82	-0,53	-0,75	0,26
2,44	0,69	-0,65	-0,95	0,22
2,57	0,55	-0,79	-1,15	0,18
2,75	0,36	-0,97	-1,42	0,12

³ Отметим, что формула эквивалентна формуле, приведенной в условии при $R_0 = 0$

⁴ Возможен также вариант (в зависимости от выданных резисторов)

$$R_1 = r_1; \quad R_2 = r_3; \quad R_3 = r_2; \quad R_4 = r_4$$



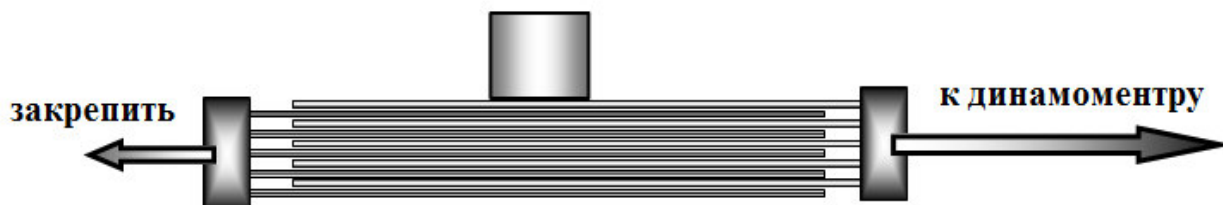
Теоретически данные зависимости описываются формулами (которые получены, с учетом того, что сопротивление реостата мало)

$$\begin{aligned}
 U_0 &= U(\eta - \eta_1) \\
 I_0 &= U \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} (\eta - \eta_1)
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

Которые достаточно точно описывают приведенные экспериментальные зависимости.

Задание 11- 2. Закон Кулона –Амонта.

В принципе схема проведения экспериментов почти очевидна. Выданные и скрепленные пачки бумаги следует совместить так, чтобы листы противоположных пачек находились друг между другом. Один конец такой «сцепки» следует закрепить, ко второму прикрепить динамометр, с помощью которого можно измерять силы требуемые для того, чтобы растянуть бумажные полоски. На полоски сверху следует класть грузы.



Измерения следует проводить аккуратно и не спеша, фиксируя момент начала движения и, затем, измеряя силу при медленном и по возможности равномерном движении.

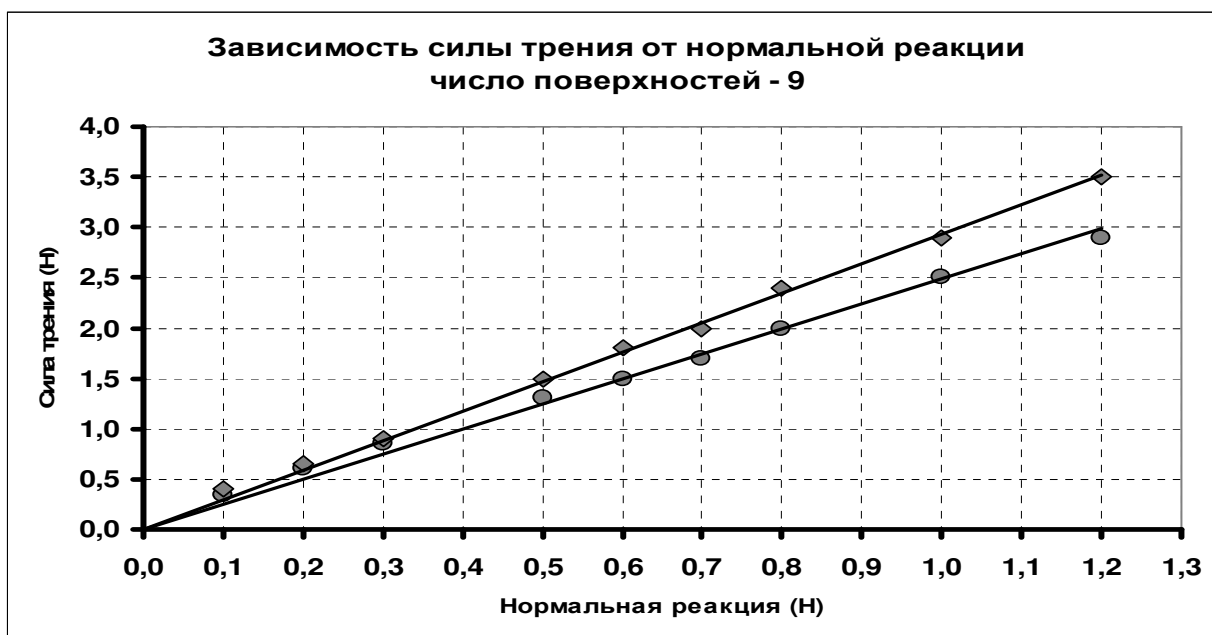
Измерения можно проводить в различной последовательности.

Так в таблице 1 приведены значения максимальной силы трения покоя $F_{пок.}$ и силы трения скольжения $F_{ск.}$ при полностью задействованных полосках бумаги при различных массах грузов. В этом случае число трущихся поверхностей равно $n = 9$.

Таблица 1.

m , г	$F_{ск.}$, Н	$F_{пок.}$, Н	N , Н
10	0,35	0,40	0,1
20	0,60	0,65	0,2
30	0,85	0,90	0,3
50	1,30	1,50	0,5
60	1,50	1,80	0,6
70	1,70	2,00	0,7
80	2,00	2,40	0,8
100	2,50	2,90	1,0
120	2,90	3,50	1,2

Ниже представлены графики полученных зависимостей



Полученные результаты позволяют дать ответы на поставленные вопросы:

1. *Справедливо ли утверждение, что сила трения пропорциональна силе нормальной реакции?*

Да, справедливо, так как полученные зависимости являются линейными и проходящими через начало координат, следовательно сила трения пропорциональна силе нормальной реакции.

2. *Правда ли, что сила трения между двумя телами не зависит от площади их соприкосновения?*

Для ответа на этот вопрос необходимо Рузы по разному располагать грузы на полосках, так чтобы изменялась площадь трущихся поверхностей. Данное оборудование не позволяет экспериментально обнаружить зависимость силы трения от площади соприкосновения.

3. *Чему равен коэффициент трения бумаги о бумагу? (не забудьте о погрешности)*

Наиболее точно и обосновано можно определить коэффициент трения, используя для обработки полученных результатов метод наименьших квадратов.

Теоретически измеренная зависимость имеет вид $F = \mu N$. Расчеты параметров полученных зависимостей приводят к следующим значениям коэффициентов трения Скольжения $\mu_{ск.} = 0,258 \pm 0,007$;

Покоя $\mu_{пок} = 0,314 \pm 0,007$.

4. *На сколько процентов коэффициент трения покоя превышает коэффициент трения скольжения?*

Различие между полученными значениями является значимым, коэффициент трения покоя превышает коэффициент трения скольжения примерно на 15%.