

## 10 класс (12)

### Задание 1. «Разминка»

Данное задание состоит из трех не связанных между собой задач.

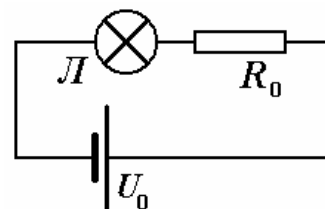
**1.1** Камушек бросили с начальной скоростью  $v_0 = 15 \frac{м}{с}$  под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту.

Через какой промежуток времени он окажется на высоте  $h_1 = 2,5 м$ ? А через какой промежуток времени он окажется на высоте  $h_2 = 5,0 м$ ?

Сопротивлением воздуха пренебречь.

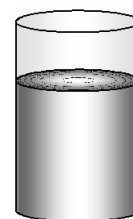
Ускорение свободного падения считайте равным  $g = 9,8 \frac{м}{с^2}$

**1.2.** При прохождении электрического тока через лампочку накаливания, ее нить разогревается, поэтому изменяется электрическое сопротивление. В некоторых случаях можно считать, что сила электрического тока через лампочку пропорциональна квадратному корню из напряжения на ней  $I = a\sqrt{U}$  ( $a$  - известный коэффициент). Такую лампочку



соединили последовательно с резистором постоянного сопротивления  $R_0$  и подключили к источнику постоянного напряжения  $U_0$ . Найдите силу тока в цепи. Постройте примерный график зависимости силы тока в цепи от напряжения источника.

**1.3.** В двух вертикальных цилиндрических идеально теплоизолированных сосудах находится лед при температуре плавления. Лед находится в нижней части сосуда и заполняет ее. Массы льда в сосудах одинаковы и равны  $m$ . Площадь дна одного сосуда равна  $S$ , а второго в два раза больше. Какому сосуду необходимо сообщить большее количество теплоты, чтобы расплавить весь, находящийся в нем лед? Найдите разность этих теплот.



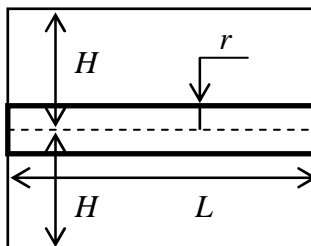
Теплоемкостями сосудов и потерями теплоты в окружающую среду пренебречь.

Все табличные физические характеристики льда и воды, которые вам понадобятся (плотности, удельные теплоемкости, удельная теплота плавления и т.д.) считайте известными.

## Задание 2 . «Труба дело»

*Ввиду громоздких выражений, встречающихся при решении этой задачи, рекомендуется производить промежуточные численные расчеты.*

Во время холодной морозной зимы (какие теперь случаются редко) почва промерзла на глубину  $2H = 2,0\text{ м}$ . На глубине  $H = 1,0\text{ м}$  лежит медная труба длиной  $L = 100\text{ м}$ , радиусом  $r = 0,20\text{ м}$  и толщиной стенок  $h = 5,0\text{ мм}$ , по которой обычно протекает холодная вода. Но зима оказалась очень морозной и вода в трубе замерзла. Температура льда в трубе и промерзшей почвы равна  $T_0 = -10^\circ\text{C}$ . Для восстановления водоснабжения было решено отогреть трубу электрическим током. Для этого между ее концами подключили источник постоянного напряжения  $U = 220\text{ В}$ .



Но зима оказалась очень морозной и вода в трубе замерзла. Температура льда в трубе и промерзшей почвы равна  $T_0 = -10^\circ\text{C}$ . Для восстановления водоснабжения было решено отогреть трубу электрическим током. Для этого между ее концами подключили источник постоянного напряжения  $U = 220\text{ В}$ .

1. Пренебрегая потерями теплоты в окружающую среду, найдите время  $\tau_1$ , за которое весь лед в трубе растает. Плотность льда  $\rho_{\text{л}} = 900\text{ кг/м}^3$ , удельная теплоемкость  $c_{\text{л}} = 2100\text{ Дж/кг}\cdot\text{град}$ , удельная теплота плавления  $\lambda_{\text{л}} = 330\text{ кДж/кг}$ . Теплоемкостью трубы можно пренебречь. Удельное сопротивление меди  $\gamma_{\text{м}} = 1,7 \cdot 10^{-8}\text{ Ом}\cdot\text{м}$ . Считайте, что вода в трубе электрический ток не проводит.

2. Вокруг трубы – холодная почва, которая состоит на  $\beta = 0,10$  по объему из льда и на  $1 - \beta = 0,90$  по объему из песка. Часть  $\alpha = 0,50$  тепловой мощности, выделяющейся в трубе, тратится на нагрев окружающей почвы и плавление содержащегося в ней льда. Считайте теплопроводность мерзлой почвы намного меньшей теплопроводности оттаявшей почвы.

За какое время  $\tau_2$  растает весь лед в трубе? Как зависит от времени  $t$  радиус цилиндра  $x$ , в пределах которого оттаяла почва? Постройте примерный график зависимости  $x(t)$ .

Плотность песка равна  $\rho_{\text{п}} = 2500\text{ кг/м}^3$ , удельная теплоемкость песка  $c_{\text{п}} = 840\text{ Дж/кг}\cdot\text{град}$ .

3. Замерзшая почва не проводит электрический ток, но как только почва оттаивает, она становится неплохим проводником с удельным сопротивлением  $\gamma_{\text{п}} = 2,0 \cdot 10^{-4}\text{ Ом}\cdot\text{м}$ . Как зависит сопротивление  $R_{\text{п}}$  оттаявшей почвы от времени  $t$ ?

Будем считать, что теплота, выделяющаяся в почве, идет только на нагрев самой почвы (не на трубу). Найдите дополнительное количество теплоты (помимо того, которое выделялось в трубе), выделившееся в почве за время  $t$ , после включения источника напряжения. Считайте, что вода в трубе электрический ток не проводит.

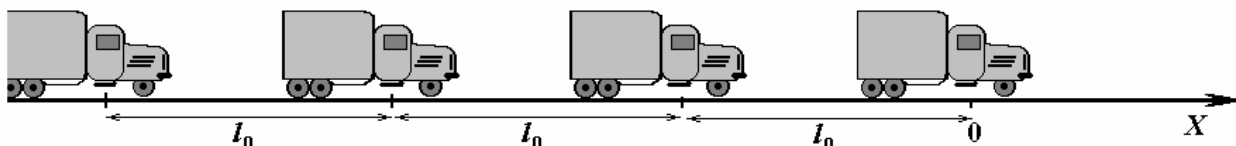
4. Если почва оттаивает до нижней границы «мерзлоты» на глубине  $2H$ , происходит «заземление» и электрический ток перестает течь по трубе. Определите максимальный радиус трубы  $r_{\text{max}}$ , которую еще можно отогреть «электрическим методом». За какое время  $\tau_3$  это произойдет?

### Задание 3. «Колонна автомобилей»

В данной задаче рассматривается ряд эффектов, связанных с движением колонны автомобилей. Будем считать, что все водители строго соблюдают правила движения и данные им указания, обладают отменным глазомером. Все автомобили одинаковы, при описании их движения их можно считать материальными точками. Под расстоянием между автомобилями будем понимать, расстояния между водителями. Колонна состоит из  $N = 50$  автомобилей.

#### Часть 1. «Разгон»

Все автомобили стоят на равном расстоянии друг от друга  $l_0 = 10 \text{ м}$ .



Направим ось  $Ox$  вдоль дороги по направлению движения автомобилей. Начало отсчета совместим с положением первого автомобиля.

Колонна трогается с места. Каждый автомобиль разгоняется с постоянным ускорением  $a_0 = 2,0 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ , достигает скорости  $v_0 = 72 \frac{\text{км}}{\text{час}}$  и дальше движется с постоянной скоростью. Первый автомобиль трогается в момент времени  $t = 0$ , каждый следующий начинает движение, когда расстояние до впереди находящегося автомобиля становится равным  $l_1 = 35 \text{ м}$ .

**1.1.** Постройте графики зависимости скоростей и координат первых трех автомобилей от времени за первые 30 секунд движения.

**1.2.** Найдите расстояние  $l_2$  между соседними автомобилями в ходе движения всей колонны.

**1.3.** Найдите общую длину колонны, когда уже все автомобили движутся с постоянной скоростью.

**1.4.** Когда колонна трогается с места вдоль нее пробегает «волна разряжения». Определите скорость этой «волны»

*Представьте себе, что автомобили стоят достаточно близко друг к другу, когда трогается очередной автомобиль, расстояние от него до следующего начинает заметно увеличиваться (в этом месте колонна начинает растягиваться). Под скоростью волны «разряжения» следует понимать скорость, с которой движется та точка колонны, до которой дошла область ее растяжения.*

#### Часть 2. «Остановка»

Поступает команда остановить колонну. Каждый автомобиль тормозит с постоянным ускорением  $a_1 = -4,0 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ . Во время торможения сзади автомобиля загораются лампочки «стоп-сигнала», поэтому водитель следующего автомобиля имеет возможность начать торможение через некоторый промежуток времени  $\tau_2$ .

**2.1** Чему должен быть равен этот промежуток времени (между началами торможения двух следующих друг за другом автомобилей), чтобы к моменту остановки расстоянием между ними стало равным  $l_0 = 10 \text{ м}$ ?

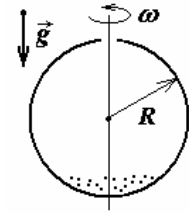
**2.2** Во время торможения вдоль колонны пробегает «волна сжатия». Определите скорость этой «волны».

## 10 класс (11)

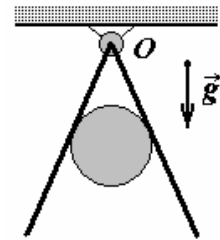
### Задание 1. «Разминка»

Данное задание состоит из трех не связанных между собой задач.

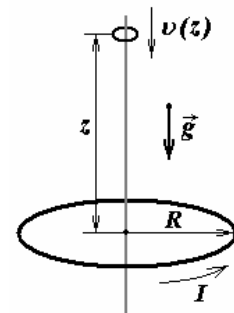
**1.1** На дно сферы радиуса  $R$  насыпали горсть песка. Определите, где будут находиться песчинки, если сферу привести во вращение вокруг вертикальной оси с угловой скоростью  $\omega$ ? Трение песчинок о сферу и между собой считать очень малым. Ускорение свободного падения  $g$ .



**1.2** Две тонкие однородные одинаковые доски верхними концами прикреплены к неподвижной горизонтальной гладкой оси  $O$ . Масса каждой доски  $m$ , ее длина  $L = 1,0\text{ м}$ . Между досками поместили цилиндр массой  $M = 0,42m$  и радиусом  $R = 0,20\text{ м}$  так, что точки касания цилиндра и досок попали точно в середину досок. При каком коэффициенте трения  $\mu$  между цилиндрами и доской система будет в равновесии?



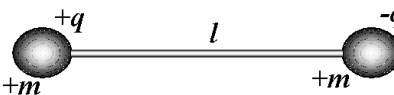
**1.3** По тонкому закрепленному кольцу радиуса  $R$ , плоскость которого горизонтальна, протекает ток силой  $I$ . Вдоль оси кольца расположена гладкая вертикальная немагнитная спица, по которой из бесконечности вниз скользит небольшое тонкое проводящее колечко массы  $m$  и радиуса  $r$ , сопротивление которого  $R_0$ . Покажите, что на больших расстояниях  $z$  ( $z \gg R$ ) от центра кольца с током модуль вектора магнитной индукции на его оси задается выражением  $B(z) = \frac{a}{z^3}$ , где  $a$  - некоторый размерный коэффициент. Найдите значение этого коэффициента. Определите зависимость скорости падения колечка  $v(z)$  на больших расстояниях от кольца. Сопротивлением воздуха пренебречь. Считайте, что движение колечка происходит с ускорением значительно меньшим ускорения свободного падения  $g$ . Индуктивностью колечка пренебречь.



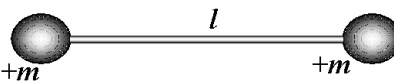
### Задание 2. «Гравитационный диполь»

Хорошо известна и изучена такая система зарядов как электрический диполь.

Мы будем рассматривать систему, состоящую из двух небольших шариков, массы  $m$  и  $+m$  имеющих постоянные электрические заряды – равные по величине и противоположные по знаку:  $+q$  и  $-q$ , находящиеся на концах жесткого невесомого и непроводящего стержня длиной  $l$ .



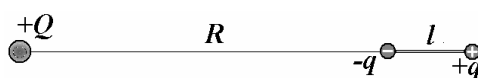
Гравитационным «диполем» будем называть аналогичную систему, но не несущую электрических зарядов.



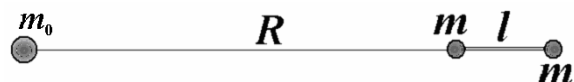
При рассмотрении электрических взаимодействий гравитационными силами можно пренебречь.

Соблюдайте «закон сохранения порядка малости»!

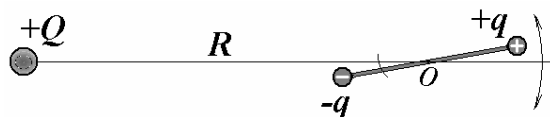
**3.1Э** Электрический диполь находится на фиксированном расстоянии  $R$  ( $R \gg l$ ) от точечного заряда  $Q$ . Определите суммарную силу, действующую на электрический диполь со стороны заряженного тела. Ось диполя направлена на точечный заряд.



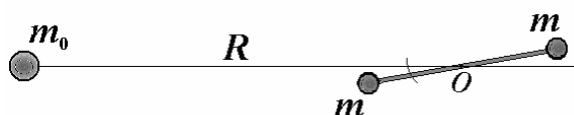
**3.1Г** Гравитационный диполь находится на фиксированном расстоянии  $R$  ( $R \gg l$ ) от центра массивного шара, массы  $M$ . Определите суммарную силу, действующую на электрический диполь со стороны шара. Ось диполя направлена на центр шара.



**3.2Э** Пусть теперь центр электрического диполя закреплен, но сам диполь может вращаться вокруг точки крепления  $O$ . Определите период малых крутильных колебаний диполя.

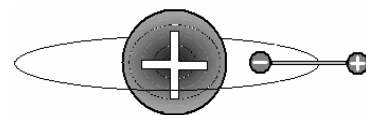


**3.2Г** Теперь центр гравитационного диполя закреплен, но сам диполь может вращаться вокруг точки крепления  $O$ . Определите период малых крутильных колебаний диполя.



Оцените численной значение этого периода, для гравитационного диполя, находящегося у поверхности Земли.

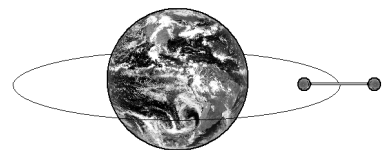
**3.3Э** Электрический диполь движется вокруг неподвижного заряженного шара (электрический заряд  $Q$ ), так что центр диполя описывает окружность радиуса  $R$  ( $R \gg l$ ), а ось диполя все время направлена к центру шара.



Рассчитайте период обращения диполя.

Растянут или сжат диполь? Определите силу натяжения стержня диполя в процессе движения.

**3.3Г** Гравитационный «диполь» движется вокруг неподвижного шара массы  $m_0$ , так что центр диполя описывает окружность радиуса  $R$  ( $R \gg l$ ), а ось диполя все время направлена к центру шара.

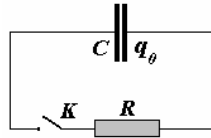


Рассчитайте период обращения диполя.

Растянут или сжат диполь? Определите силу натяжения стержня диполя в процессе движения.

### Задание 3. «Разрядка конденсатора»

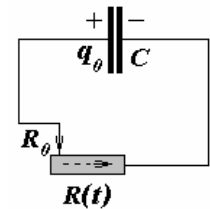
1. Оцените время  $\tau$  разрядки конденсатора емкостью  $C$  в цепи, изображенной на рисунке, после замыкания ключа  $K$ . Сопротивление резистора  $R$ . Начальный заряд конденсатора  $q_0$ . Какое количество теплоты  $Q$  выделится при этом на резисторе? Нарисуйте схематический график зависимости заряда конденсатора от времени.



Сопротивление конденсатора  $q_0$ . выделится при этом схематический конденсаторе от

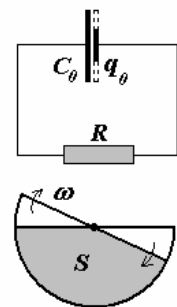
*Вы убедились, что разрядка конденсатора проходит не по линейному закону. Такие зависимости сложнее поддаются анализу, поэтому настоящий физик-теоретик решил облегчить себе жизнь и разработать устройства, в которых ток разрядки остается постоянным (правда, при этом он не подумал об экспериментаторах, которым, возможно, предстоит реализовывать его идеи). Далее вам предстоит проанализировать эти «экзотические способы разрядки».*

2. Для оптимизации процесса разрядки заряженный конденсатор емкостью  $C$  замыкают на реостат, сопротивление которого изменяют от максимального значения  $R_0$  до нуля. По какому закону  $R(t)$  необходимо менять со временем сопротивление реостата, чтобы сила тока через него оставалась постоянной за время разрядки конденсатора? За какое время  $\tau$  конденсатор полностью разрядится? Какое количество теплоты  $Q$  выделится при этом на резисторе? Начальный заряд конденсатора  $q_0$ .

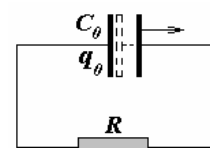


3. Рассмотрим дисковый конденсатор переменной емкости, изображенный на фотографии-заставке к данной задаче. Если поворачивать один диск относительно другого, то при этом уменьшается площадь  $S$  перекрытия пластин (дисков). Будем считать, что электроемкость конденсатора пропорциональна этой площади перекрытия дисков  $S$ . Каким образом необходимо поворачивать пластину конденсатора для того, чтобы ток в цепи оставался постоянным? За какое время  $\tau$  конденсатор полностью разрядится? Какое количество теплоты  $Q$  выделится при этом на резисторе? Начальный заряд конденсатора  $q_0$ , начальная электроемкость  $C_0$ . Сопротивление резистора  $R$ .

изображенный на



4. Будем сдвигать одну пластину конденсатора «горизонтально», не нарушая параллельности пластин и не изменяя площади их перекрытия, но увеличивая расстояние  $x$  между ними. Каким образом необходимо менять расстояние  $x(t)$  между пластинами со временем, чтобы ток в цепи оставался постоянным? За какое время  $\tau$  конденсатор полностью разрядится? Какое количество теплоты  $Q$  выделится при этом на резисторе? Начальный заряд конденсатора  $q_0$ , его начальная электроемкость  $C_0$ . Сопротивление резистора  $R$ .



## 11 класс

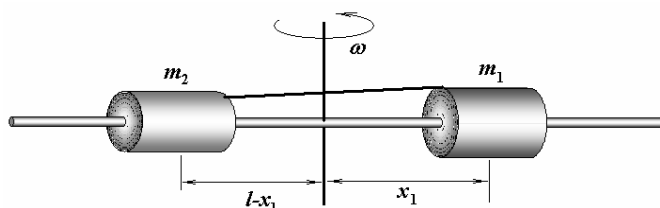
### Задание 1. «Разминка»

Данное задание состоит из трех не связанных между собой задач.

**1.1** Иногда на уроках физики демонстрируют прибор, предназначенный для иллюстрации то ли центробежных сил, то ли условий равновесия, то ли третьего закона Ньютона.

Помогите разобраться!

Длинный гладкий металлический стержень может вращаться вокруг жесткой вертикальной оси на которую насажен стержень. По стержню могут скользить без трения два цилиндра, расположенные с разных сторон от оси вращения. Массы цилиндров равны  $m_1$  и  $m_2$ . Цилиндры связаны между собой легкой нерастяжимой нитью длиной  $l$ . Положение центра первого стержня задается его координатой  $x_1$  - расстоянием до оси вращения. Стержень раскручивают до угловой скорости  $\omega$ .

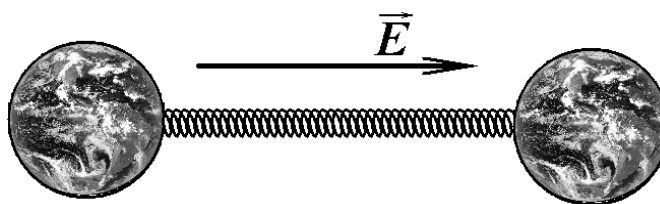


При каком значении  $x_1$  цилиндры могут оставаться неподвижными относительно вращающегося стержня?

Первый цилиндр расположили на расстоянии  $x_{10}$  от оси вращения и начали раскручивать стержень. Постройте график зависимости установившегося положения этого цилиндра после раскрутки стержня  $x_1$  от его начального положения.

Размерами цилиндров можно пренебречь.

**1.2** Два одинаковых проводящих шарика, радиусы которых равны  $r$ , а массы  $m$ , связаны легкой проводящей пружиной жесткости  $k$ , длина которой в недеформированном состоянии равна  $l$  ( $l \gg r$ ). Шарики помещают в однородное электрическое поле, напряженности  $\vec{E}$ , направленной вдоль пружины.



Определите амплитуду и период колебаний шариков, возникших после включения электрического поля.

**1.3** Мыльный пузырь радиуса  $R_0$  находится во влажной среде, давление воздуха которой равно  $P_0$ . Из-за диффузии воздуха через мыльную пленку пузырь медленно сдувается.

Найдите зависимость скорости изменения радиуса пузыря  $\frac{\Delta R}{\Delta t}$  от его же радиуса  $R$ .

Найдите время, за которое радиус пузыря уменьшится на малую величину  $\Delta R$  ( $\Delta R \ll R_0$ ). Температуру воздуха в пузыре и окружающей среде считайте постоянной. Начальная толщина пленки пузыря равна  $h_0$ . Поверхностное натяжение мыльной воды равно  $\sigma$ . Испарением пленки пренебречь.

Подсказка. Диффузионный поток (количество молекул воздуха, проходящих через единицу площади пленки в единицу времени)  $q$  определяется законом Фика

$$q = -D \frac{\Delta n}{h}, \quad (1)$$

где  $\Delta n$  - разность концентраций молекул воздуха с разных сторон пленки,  $h$  - толщина пленки,  $D$  - коэффициент диффузии (считайте известным), знак минус указывает, что поток направлен из стороны большей концентрации в сторону меньшей.



## Задание 2. «Гальваномагнитные явления»

В предложенной задаче вам предстоит разобраться с двумя явлениями, связанными с действием магнитного поля на электрические свойства проводников: эффект Холла и магнетосопротивление.

Эффект Холла - возникновение в проводнике с током, помещённом в магнитное поле, электрического поля в направлении, перпендикулярном и вектору плотности тока и вектору индукции магнитного поля.

Магнетосопротивление - изменение удельной проводимости проводника во внешнем магнитном поле.

Как известно, в металлах носителями тока являются свободные электроны (заряд  $e$ , масса  $m$ ). В отсутствие каких либо направленных сил, действующих на электроны, все направления движения последних равновероятны. Т.е. электроны находятся в беспорядочном движении подобно молекулам газа. Соответственно для свободных электронов можно ввести понятие средней длины свободного пробега, средней скорости хаотического движения и среднего времени свободного пробега  $\tau$ .

Под действием направленной силы на беспорядочное движение электронов накладывается систематическое (дрейфовое) движение. В классическом рассмотрении предполагается, что при наличии внешней силы электрон ускоряется в направлении действия силы в течение времени  $\tau$ , а затем, испытав соударение (рассеяние), совершенно «забывает» о своей направленной скорости. Это приводит к тому, что электрон медленно двигается в направлении действующей силы с некоторой средней скоростью дрейфа  $v$ .

*Примечание. Для упрощения рассуждений будем считать, что электрон обладает положительным зарядом.*

1. Пусть внутри проводника создано постоянное электрическое поле  $E_x$ . Определите среднюю скорость дрейфа электронов  $v_x$ .

При рассмотрении электрических токов в проводниках удобно пользоваться понятием подвижности. Под действием силы  $F$  электрон начинает двигаться со скоростью  $v = \mu \cdot \frac{F}{e}$ . Коэффициент  $\mu$  называется подвижностью.

2. Выразите  $\mu$  через заряд, массу электрона ( $e$  и  $m$ ) и время свободного пробега  $\tau$ .

3. Считая, что концентрация электронов в металле равна  $n$ , определите связь между удельной проводимостью  $\sigma_0$  и подвижностью электронов  $\mu$ .

Перейдём к непосредственному изучению гальваномагнитных явлений. Пусть в проводнике создано поле  $E_x$ . При помещении его в магнитное поле  $B_z$  электроны уже не будут двигаться строго в направлении оси ОХ. Мы рассмотрим лишь случай **слабого поля**, когда это отклонение невелико. Движение зарядов в направлении оси ОУ приведёт к тому, что на границе проводника будут собираться электроны, что в свою очередь вызовет появление поля  $E_y$  (эффект Холла) (см. рис. 1. Электроны считаются положительными). Т.к. магнитное поле слабое, то и напряжённость поля  $E_y$  также будет небольшой по сравнению с полем  $E_x$ .

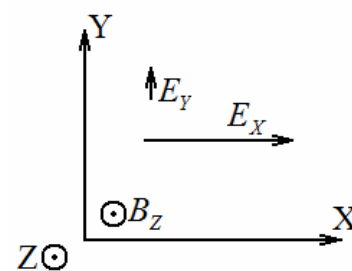


Рис.1

4. Пусть  $v_x$  и  $v_y$  - проекции дрейфовой скорости электрона на оси ОХ и ОУ. Выразите эти проекции через подвижность  $\mu$  и составляющие полей  $E_x$ ,  $E_y$  и  $B_z$ .

Предположим, что каким-либо образом удаётся избежать накопления зарядов на границах образца (например, образец бесконечен вдоль оси ОУ, либо вдоль этой оси

приложено внешнее поле, полностью компенсирующее поле  $E_y$ ). В этом случае удельная проводимость образца уменьшится. Это и есть магнетосопротивление, которое принято характеризовать относительным изменением удельной проводимости  $\frac{\sigma_0 - \sigma}{\sigma_0} = \frac{\Delta\sigma}{\sigma_0}$ .

5. В нашей модели проводника магнетосопротивление приводит к относительному уменьшению удельной проводимости  $\frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} \approx (\mu B_z)^\gamma$ . Определите  $\gamma$ .

*Примечание. В дальнейшем следует пренебрегать величиной  $(\mu B_z)$  в степени большей чем  $\gamma$ .*

6. Под каким углом  $\alpha$  к оси ОХ будет направлена дрейфовая скорость электронов? Если позволить зарядам накапливаться на границах образца, то очень быстро установится равновесное значение поля  $E_y$ , при котором прекратится ток вдоль оси ОУ. Будем, для простоты, характеризовать эффект Холла безразмерной постоянной  $H$ , которая определяется из соотношения:

$$E_y = H \mu B_z E_x.$$

7. Определите постоянную  $H$  в данной модели проводника.

8. Покажите, что возникающее в результате эффекта Холла поле  $E_y$  полностью «уничтожает» магнетосопротивление.

Таким образом, при анализе простейшей модели проводника магнетосопротивление наблюдается только при определённых (искусственных) условиях. Если не компенсировать поле  $E_y$ , то эффект Холла приводит к исчезновению магнетосопротивления.

Однако в реальных проводниках, помещённых в магнитное поле, эти два эффекта существуют одновременно. Для более точного расчета необходимо учитывать распределение электронов по скоростям. Скорость беспорядочного движения не одинакова у всех электронов, т.е. не одинаково время свободного пробега, а значит и различна подвижность.

Подробное описание этих явлений крайне проблематично осуществить ученику 11 класса. Однако в самом простейшем случае различие в подвижностях можно учесть следующим образом. Пусть в проводнике существует два типа электронов. Их концентрация одинакова ( $n_1 = n_2 = n$ ), а подвижность одних в два раза больше подвижности других ( $\mu_1 = \mu$ ,  $\mu_2 = 2\mu_1 = 2\mu$ ).

9. Определите удельную проводимость  $\sigma_0$  в такой модели в отсутствие магнитного поля.

В проводнике создается поле  $E_x$ . Проводник помещается в магнитное поле  $B_z$ .

10. Определите возникающую в результате эффекта Холла напряженность  $E_y$ . Определите также постоянную  $H$ .

11. Покажите, что в такой модели магнетосопротивление присутствует и  $\frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} \approx \delta \cdot (\mu B_z)^\gamma$ , где  $\gamma$  имеет значение, уже полученное вами в пункте 5. Определите значение постоянной  $\delta$ .

12. Качественно опишите, как будут двигаться электроны каждого сорта в проводнике. Под какими углами  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  к оси ОХ будут направлены их дрейфовые скорости?

### Задание 3. «Образование облаков»

Погожий летний день начинается с безоблачного утра. Часам к одиннадцати на небе появляются легкие белоснежные облака, к обеду почти все небо оказывается покрытым большими кучевыми облаками, которые затем не редко превращаются в грозовые.

В данной задаче вам предстоит рассмотреть простую модель образования облаков, оценить параметры атмосферы, при которых начинается образование облаков, оценить высоту, на которой появляются облака.

Солнечные лучи практически без поглощения проходят через атмосферный воздух и практически полностью поглощаются поверхностью земли. Поэтому воздух у поверхности оказывается теплее, его температура уменьшается с высотой  $z$ .

#### Часть 1. Стационарная атмосфера.

Сначала рассмотрим стационарную атмосферу, то есть распределение температуры, давления и плотности воздуха по высоте не изменяются с течением времени.

Будем считать, что температура воздуха линейно убывает с высотой:

$$T(z) = T_0(1 - az), \quad (1)$$

где  $T_0$  - температура у поверхности земли,  $a$  - постоянный положительный параметр.

1.1 Используя формулу (1) определите, на какой высоте температура убывает на  $1^\circ$ .

1.2 Покажите, что при заданном распределении температуры (1) давление воздуха убывает с высотой по закону

$$P(z) = P_0(1 - az)^\alpha. \quad (2)$$

Найдите значение параметра  $\alpha$ .

1.3 Покажите, что в рассматриваемой модели плотность воздуха изменяется с высотой по закону

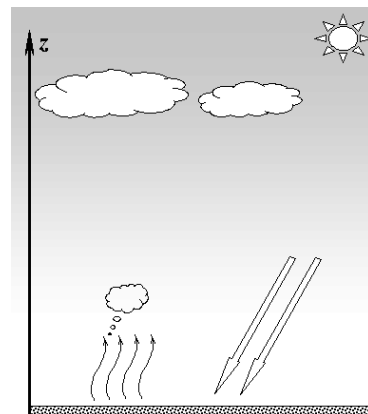
$$\rho(z) = \rho_0(1 - az)^\beta. \quad (3)$$

Найдите значение параметра  $\beta$ .

1.4 Постройте на одном графике схематические зависимости величин  $\frac{T(z)}{T_0}$ ,  $\frac{P(z)}{P_0}$ ,  $\frac{\rho(z)}{\rho_0}$  от величины  $az$ .

#### Часть 2. Восходящие потоки.

При некоторых условиях (которые вам и предстоит определить), теплый воздух, нагретый у поверхности земли (и имеющий температуру  $T_0$ ), начинает подниматься вверх. Рассмотрим небольшую порцию воздуха, начавшую подниматься с поверхности земли. Понятно, что этот воздух начнет расширяться. Так как теплопроводность воздуха очень мала, то можно считать, процесс расширения является адиабатным, то есть происходит без теплообмена с окружающим воздухом. С другой стороны сжимаемость воздуха высока, поэтому выравнивание давлений рассматриваемой поднимающейся порции воздуха и окружающего его воздуха происходит очень быстро.



Подсказка. Уравнение адиабатного процесса имеет вид

$$PV^\gamma = const, \quad (4)$$

где  $\gamma$  - показатель адиабаты, для воздуха  $\gamma \approx 1,4$ .

2.1 Покажите, что при найденном распределении давления по высоте (2), температура поднимающегося воздуха изменяется с высотой по закону

$$T_1(z) = T_0(1 - az)^\delta. \quad (5)$$

Определите значение параметра  $\delta$ .

2.2 Покажите, что плотность поднимающегося воздуха, изменяется с высотой по закону

$$\rho_1(z) = \rho_0(1 - az)^\varepsilon. \quad (6)$$

Определите значение параметра  $\varepsilon$ .

2.3 Определите при каком значении параметра  $a$ , начавший подниматься воздух будет подниматься все выше и выше. Рассчитайте его численное значение. Рассчитайте также, при какой разности высот  $\Delta z$  в этом случае температура атмосферы будет понижаться на  $1^\circ$ .

### **Часть 3. Конденсация.**

Пусть относительная влажность воздуха у поверхности земли равна  $\varphi$ .

3.1 На какой высоте над поверхностью земли начнется конденсация водяного пара в поднимающемся воздухе, то есть на какой высоте образуются облака?

Подсказка. Давление насыщенного пара  $P_{нас.}(T)$  связано с температурой соотношением

$$\ln \frac{P_{нас.}(T)}{P_{нас.}(T_0)} = -\frac{qM_1}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right), \quad (7)$$

где  $P_{нас.}(T_0)$  - давление насыщенного пара при температуре  $T_0$ ,  $q$  - удельная теплота испарения воды,  $M_1$  - молярная масса воды,  $R$  - универсальная газовая постоянная.

При решении задачи используйте следующие численные значения:

$T_0 = 300K$  - температура у поверхности земли;

$\varphi = 70\%$  - влажность воздуха у поверхности земли;

$M = 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$  - средняя молярная масса воздуха;

$M_1 = 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$  - молярная масса воды;

$q = 2,2 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$  - удельная теплота испарения воды;

$R = 8,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$  - универсальная газовая постоянная;

$g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$  - ускорение свободного падения.

Воздух считать идеальным газом.